

ARGOMENTO *Cinghie, alberi di trasmissione*

RIFERIMENTO Volume 2, Capitolo 15; Volume 3, Capitolo 5

L'albero rappresentato nello schema allegato riceve il moto da una macchina motrice e lo trasmette, mediante un sistema di pulegge e cinghie, a 2 macchine operatrici situate, su lati opposti, parallelamente a esso; poggia su due supporti distanti tra loro 2000 mm, si prolunga a sbalzo di 250 mm nel lato verso la macchina motrice e ruota a 950 giri/min.

Delle due pulegge, la prima ha il diametro di 220 mm e dista 250 mm dal piano medio del supporto posto dal lato dello sbalzo, mentre la seconda ha il diametro di 300 mm e dista 350 mm dal piano medio dell'altro supporto. Le tensioni dei due rami di cinghia sono di 500 N e 1250 N per la puleggia di diametro 220 mm e di 1000 N e 2500 N per l'altra puleggia.

Il candidato, assunto con giustificato criterio ogni altro dato occorrente, esegua:

- la progettazione dell'albero;
- la verifica dei collegamenti dell'albero con le pulegge;
- il calcolo delle potenze trasmesse alle macchine operatrici;
- il disegno dell'albero e il suo ciclo di lavorazione per una produzione di piccola serie.

Sappiamo che la forza tangenziale trasmessa da una cinghia alla puleggia si calcola con la relazione $F = T - t$; indicando con l'indice 1 i dati relativi alla prima puleggia e con l'indice 2 quelli relativi alla seconda si ha:

$$F_1 = T_1 - t_1 = 1250 - 500 = 750 \text{ N} \qquad M_{t1} = F_1 \cdot r_1 = 750 \cdot \frac{0,220}{2} = 82,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$F_2 = T_2 - t_2 = 2500 - 1000 = 1500 \text{ N} \qquad M_{t2} = F_2 \cdot r_2 = 1500 \cdot \frac{0,300}{2} = 225 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Trascurando il peso proprio delle pulegge:

$$Q_1 = T_1 + t_1 = 1250 + 500 = 1750 \text{ N} \qquad Q_2 = T_2 + t_2 = 2500 + 1000 = 3500 \text{ N}$$

Calcoliamo le reazioni negli appoggi A e B; con riferimento alla figura si ha, per l'equilibrio alla rotazione in A:

$$R_b \cdot 2000 - Q_2 \cdot (2000 - 350) + Q_1 \cdot 250 = 0$$

da cui

$$R_b = \frac{3500 \cdot (1650) - 1750 \cdot 250}{2000} = 2668,75 \text{ N}$$

e

$$R_a \cdot 2000 - Q_1 \cdot (2000 - 250) + Q_2 \cdot 350 = 0$$

da cui

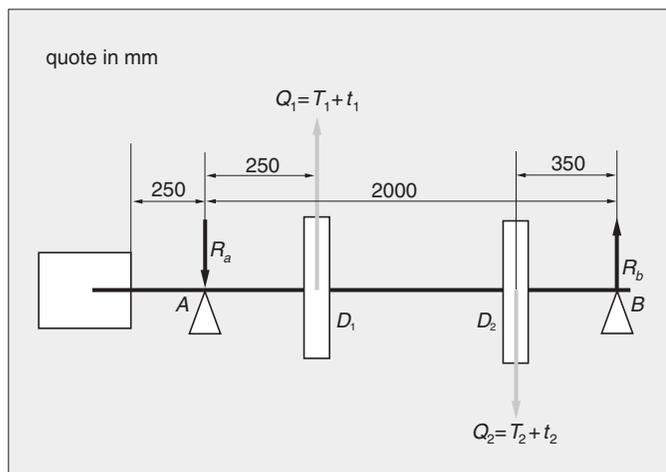
$$R_a = \frac{+1750 \cdot (1750) - 3500 \cdot 350}{2000} = 918,75 \text{ N}$$

Per verifica si può calcolare che

$$R_a + Q_2 = 918,75 + 3500 = R_b + Q_1 = 2668,75 + 1750 = 4418,75 \text{ N}$$

In corrispondenza della prima puleggia si ha che l'albero è sollecitato da un momento flettente

$$M_f = R_a \cdot 250 = 918,75 \cdot 250 \cong 229690 \text{ N} \cdot \text{mm}$$



e da un momento torcente

$$M_t = M_{t1} + M_{t2} = 82,5 + 225 = 307,5 \text{ N} \cdot \text{m} = 307\,500 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Il momento flettente ideale è quindi:

$$M_{f(id)} = \sqrt{M_f^2 + 0,75 \cdot M_t^2} = \sqrt{229\,690^2 + 0,75 \cdot 307\,500^2} \cong 351\,670 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Scegliendo per l'albero un acciaio per cui si possa assumere un carico di sicurezza $k = 50 \text{ N/mm}^2$, si calcola:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{f(id)}}{\pi \cdot k}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 351\,670}{3,14 \cdot 50}} \cong 41,3 \text{ mm}$$

Tenendo conto di una profondità di cava per la linguetta di 4,5 mm, assumeremo un albero di diametro 46 mm.

In corrispondenza della seconda puleggia si ha che l'albero è sollecitato da un momento flettente

$$M_f = R_b \cdot 350 = 2668,75 \cdot 350 \cong 934\,060 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

e da un momento torcente

$$M_t = M_{t2} = 225 \text{ N} \cdot \text{m} = 225\,000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Il momento flettente ideale è quindi:

$$M_{f(id)} = \sqrt{M_f^2 + 0,75 \cdot M_t^2} = \sqrt{934\,060^2 + 0,75 \cdot 225\,000^2} \cong 954\,170 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Scegliendo per l'albero un acciaio per cui si possa assumere un carico di sicurezza $k = 50 \text{ N/mm}^2$, si calcola:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{f(id)}}{\pi \cdot k}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 954\,170}{3,14 \cdot 50}} \cong 57,6 \text{ mm}$$

Tenendo conto di una profondità di cava per la linguetta di 7 mm, assumeremo un albero di diametro 65 mm.

Restano da calcolare le potenze trasmesse alle macchine operatrici. Per entrambe le pulegge la velocità di rotazione è $n = 950 \text{ giri/min}$, per cui

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 950}{60} \cong 99,5 \text{ rad/s}$$

Dato che la potenza si può calcolare con la relazione $N = M_t \cdot \omega$ ed avendo già calcolato $M_{t1} = 82,5 \text{ N} \cdot \text{m}$ e $M_{t2} = 225 \text{ N} \cdot \text{m}$, la potenza trasmessa alle macchine operatrici sarà

$$N_1 = 82,5 \cdot 99,5 \cong 8210 \text{ W} \quad \text{e} \quad N = 225 \cdot 99,5 \cong 22\,380 \text{ W}$$

Per l'ultima domanda si rimanda ad altre discipline.