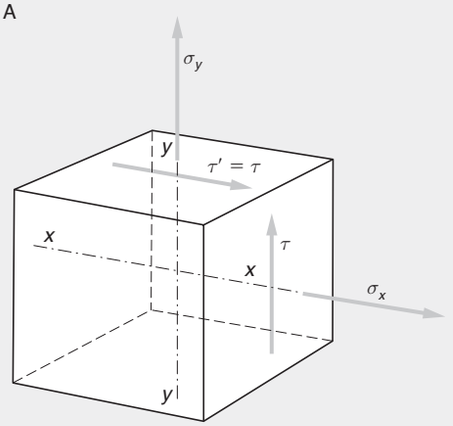
Capitolo 6

A eccezione dello sforzo normale, è raro che una trave sia soggetta solamente a una sollecitazione semplice. Il taglio si manifesta quasi sempre con la flessione e solidi disposti orizzontalmente e soggetti a torsione sono anche soggetti al proprio peso e quindi anche a flessione.

Nel caso le sollecitazioni diano origine allo stesso tipo di tensione, sforzo normale e flessione oppure torsione e taglio, si può utilizzare il principio di sovrapposizione degli effetti e sommare gli stati di tensione ottenuti dalle singole sollecitazioni. Nel primo caso otterremmo una σ da confrontare con k e nel secondo una τ da confrontare con k_t.

Nel caso un solido sia soggetto alle quattro sollecitazioni contemporaneamente, si può schematizzare lo stato di tensione di un suo elemento solido come in figura A.

Figura A



Le tensioni τ' sono presenti in virtù del principio di reciprocità. In questo caso si parla di stato di tensione **biassiale**. L'ipotesi esemplificativa che viene solitamente fatta è quella di ridurre uno stato di tensione biassiale a uno stato di tensione **monoassiale**, sostituendo tutto il complesso di tensioni con una **tensione interna ideale** di tipo normale (σ_{id}). Le ipotesi più comuni sono le seguenti:

- **Ipotesi della massima dilatazione (Saint-Venant)**, secondo cui la dilatazione prodotta dalla σ_{id} non deve superare i limiti ottenuti dalla prova di resistenza a trazione. In questo caso, se $\sigma_y = 0$, si ottiene:

$$\sigma_{id} = \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot \sigma_x + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot \sqrt{\sigma_x^2 + 4 \cdot \tau^2}$$

- **Ipotesi del massimo lavoro di deformazione (Von Mises)**, secondo cui si ritiene che il solido raggiunga lo snervamento quando una certa parte del lavoro di deformazione è pari a quello rilevato nelle provette delle prove a trazione. In questo caso si ottiene:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau^2}$$

che è l'espressione raccomandata dalla norma UNI-CNR 10011. In presenza di sole tensioni tangenziali si ottiene:

$$k_t = \frac{k}{\sqrt{3}}$$

condizione più restrittiva rispetto all'ipotesi della massima dilatazione (dove si ottiene la solita espressione per k_t).

Il caso di **sforzo assiale e torsione** è comune negli alberi di propulsione dei mezzi navali. Ipotizzando di trascurare il peso degli alberi e che N e M_t siano costanti, si possono applicare direttamente le ipotesi sopra indicate, ottenendo per esempio una tensione ideale di Von Mises pari a:

$$\sigma_{id} = \frac{N}{\pi \cdot r^2} \cdot \sqrt{1 + 3 \cdot \left(\frac{2 \cdot M_t}{N \cdot r} \right)^2}$$

dove r è il raggio dell'albero.

Il caso di **sforzo assiale e flessione** si ha quando la risultante delle forze esterne è parallela all'asse longitudinale della trave e distante e, *eccentricità*, da esso o è inclinata di un certo angolo rispetto all'asse stesso (ma in questo caso si ha anche taglio). Nel primo caso si può trasportare la risultante N sull'asse inserendo un **momento di trasporto** $M_f = N \cdot e$. Entrambe le sollecitazioni producono tensioni interne normali σ_c e σ_f e quindi la tensione ideale è pari alla somma algebrica delle tensioni dovute alle due sollecitazioni. In base ai segni e ai valori assoluti delle singole tensioni queste si possono comporre in vari modi e la σ^{id} sarà quindi confrontata con il giusto carico di sicurezza (a compressione o a trazione).

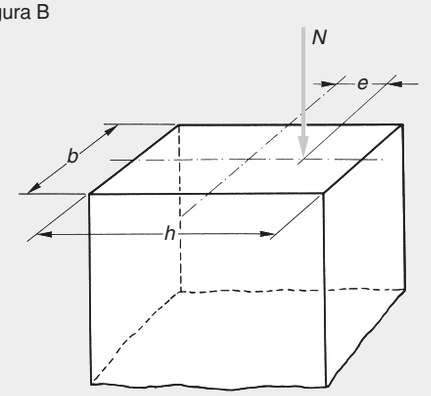
Tutte le parti di un **pilastro in muratura** (figura B) devono risultare compresse. Se il pilastro è rettangolare di lati b e h, ponendo $\sigma_c = \sigma_f$ per ottenere solo compressione, risulta:

$$e = \frac{h}{6}$$

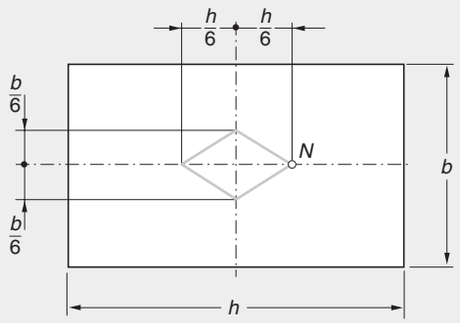
Si ottiene un **nocciolo centrale d'inerzia** all'interno del quale deve agire il carico N. Se la sezione fosse circolare si ottiene un nocciolo centrale d'inerzia di raggio pari a $^1/_4$ di quello della sezione.

Copyright © 2010 Zanichelli Editore SpA, Bologna [6487]
Questo file è una estensione online del corso C. Pidatella, G. Ferrari Aggradi, D. Pidatella, **Corso di Meccanica**, terza edizione, © Zanichelli 2010

Figura B



Eccentricità



Nocciolo d'inerzia

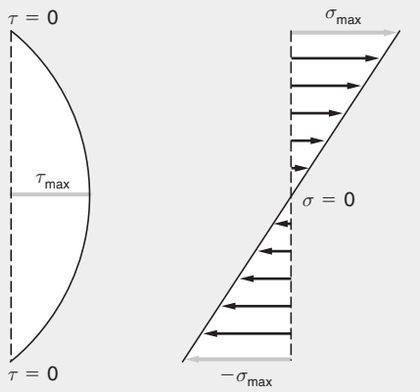
Il caso di **flessione e taglio** è uno dei più comuni. Il calcolo deve essere riferito alla sezione maggiormente sollecitata, anche se raramente il massimo sforzo di taglio e il massimo valore del momento flettente ricadono nella stessa sezione. Inoltre l'andamento delle tensioni dovute alla due sollecitazioni è molto diverso in una sezione (figura C).

Si procede quindi valutando solo l'effetto del momento flettente e poi si verifica la sezione soggetta al massimo valore del taglio tenendo conto anche del momento flettente.

Il caso di **flessione e torsione** è comune negli alberi rotanti delle macchine. Il momento torcente è prodotto dalla potenza trasmessa dall'albero, mentre la flessione è dovuta al peso dell'albero e degli organi calettati su di esso. Essendo il momento torcente costante, si esegue il calcolo nella sezione dove si ottiene il massimo valore del momento flettente. L'andamento delle tensioni in questa sezione è mostrata nella figura D.

Per **travi a sezione circolare** si ottiene, in base all'ipotesi di massima dilatazione, avendo definito il

Figura C



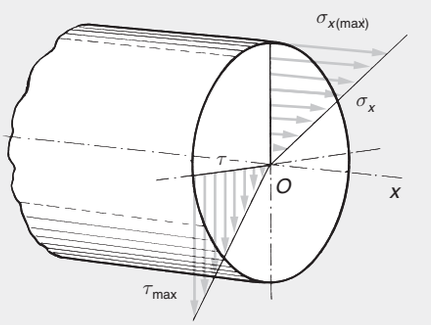
momento flettente ideale come $M_{f(id)} = W_f \cdot \sigma_{id}$, la **formula di Poncelet**:

$$M_{f(id)} = \frac{3}{8} \cdot M_f + \frac{5}{8} \cdot \sqrt{M_f^2 + M_t^2}$$

Per sezioni non circolari piene si devono introdurre degli opportuni coefficienti correttivi o calcolare separatamente le σ e le τ. Ottenuto $M_{f(id)}$ si utilizza l'equazione di stabilità a flessione. Poiché il regime di rotazione si inverte spesso negli alberi, è opportuno valutare il carico di sicurezza tenendo conto della fatica. Nel caso di ipotesi di massimo lavoro di deformazione, si ottiene per sezioni circolari piene:

$$M_{f(id)} = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4} \cdot M_t^2}$$

Figura D



Copyright © 2010 Zanichelli Editore SpA, Bologna [6487]
Questo file è una estensione online del corso C. Pidatella, G. Ferrari Aggradi, D. Pidatella, **Corso di Meccanica**, terza edizione, © Zanichelli 2010