

Capitolo 10

Una trave di elevata lunghezza, soggetta a compressione, deve essere dimensionata a **carico di punta**. Una trave corta, invece, si rompe per schiacciamento quando la tensione supera il carico di sicurezza a compressione.

Se una trave soggetta a carico di punta P subisce una piccola inflessione laterale e , si genera un momento flettente pari a $P \cdot e$, in quanto il carico non agisce più in senso rigorosamente assiale. Si sviluppano nella trave una serie di tensioni atte quindi a contrastare questo momento.

La condizione di vincolo influenza l'eccentricità; si definisce quindi una **lunghezza libera di inflessione** l_0 che si sostituisce alla lunghezza effettiva nei calcoli, in funzione delle condizioni di vincolo (figura A). Questi valori si modificano se si tiene conto del cedimento dei vincoli.

Indicando con ρ_{\min} il raggio d'inerzia minore della sezione della trave, si definisce il **rapporto di snellezza**

$$\lambda = \frac{l_0}{\rho_{\min}}$$

Se il suo valore è elevato, si deve dimensionare la trave a carico di punta.

Il **carico critico** è il carico limite per assicurare l'equilibrio della trave:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{l_0^2}$$

Quindi il carico che la trave può sopportare con grado di sicurezza a è pari a:

$$P = \frac{\pi^2}{a} \cdot \frac{E \cdot J_{\min}}{l_0^2}$$

dove si deve tener conto che la sollecitazione ha carattere dinamico.

La formula che definisce il carico critico è la **formula di Eulero**; da essa si può osservare che, perché una trave resista al carico di punta, è opportuno:

- adottare sezioni cave, per avere alti momenti d'inerzia con A modeste;
- evitare sezioni con momenti d'inerzia troppo diversi rispetto ai due assi, quindi sono sconsigliabili tutti i profilati mentre si prestano bene le sezioni circolari cave e quelle a «cassone»;
- evitare di utilizzare costosi acciai ad alta resistenza, in quanto il carico critico non dipende dal carico di rottura ma da E , che è praticamente uguale per tutti gli acciai.

La formula di Eulero non permette di studiare le travi tozze (basso λ) in quanto il valore del carico critico può essere superiore al carico unitario di sicurezza a compressione. Il **limite di validità** della formula di Eulero è

$$\lambda \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$$

valore indicato con λ_{\lim} . Per valori superiori di λ , le tensioni interne sono sicuramente inferiori al limite di proporzionalità se si utilizza la formula di Eulero. I valori di λ_{\lim} variano da 85 a 105 per gli acciai, da 70 a 80 per la ghisa, mentre per il legno è circa 100.

La formula di Eulero può essere utilizzata sia per il calcolo di verifica sia per il calcolo di progetto.

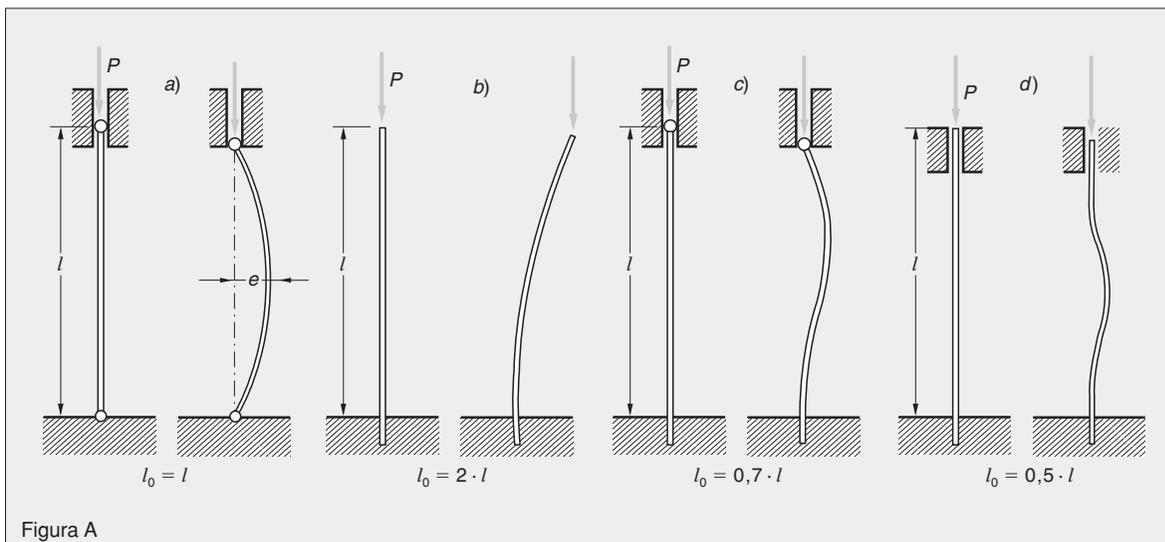


Figura A

Scrivendo la tensione critica come

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

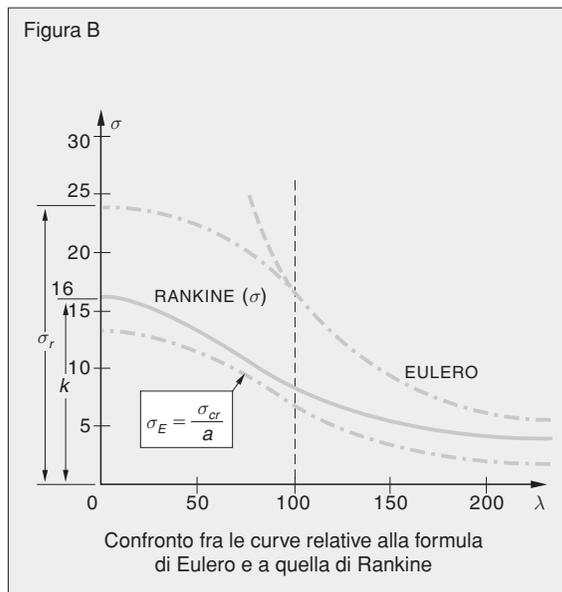
la formula di Eulero è rappresentata da un'iperbole cubica, se riportata in un grafico con in ascisse i valori di λ e in ordinate i valori delle tensioni. Per valori di λ inferiori a λ_{lim} si possono utilizzare varie leggi che graficamente si raccordano all'iperbole di Eulero.

• **Legge di tipo lineare:**

$$\sigma_{cr} = a - b \cdot \lambda$$

con a e b coefficienti numerici che variano in base al tipo di materiale.

• **Formula delle ferrovie italiane:** in cui si utilizza un carico di sicurezza ridotto in funzione del valore di λ .



• **Norme delle ferrovie tedesche:** utilizzano una retta orizzontale per valori di snellezza inferiori a 60 e una inclinata per valori tra 60 e 100.

• **Formule paraboliche:**

$$\sigma_{cr} = c - d \cdot \lambda^2$$

con $c = \sigma_s$ e d tale da raccordare la parabola all'iperbole di Eulero.

Una delle formule che ha valore esteso a tutti i valori di snellezza è la **formula di Rankine:**

$$P = \frac{k'' \cdot A}{1 + \alpha \cdot \lambda^2}$$

dove α è un coefficiente calcolato sperimentalmente funzione del materiale. La formula offre un grado di sicurezza variabile in funzione di λ ; per ovviare a questo si potrebbe utilizzare un α che varia in funzione di λ . La formula si presta sia al calcolo di verifica sia a quello di progetto (figura B).

Un metodo semplice per il calcolo di strutture soggette al carico di punta è il **metodo omega**, dove il carico di sicurezza a compressione è ridotto mediante un opportuno coefficiente ω . Si ottiene:

$$\frac{\omega \cdot P}{A} \leq k''$$

Il valore di ω si può valutare mediante:

- **tabelle**, dove ω è funzione di λ per i materiali più comuni, al variare della forma della sezione e del materiale;
- **grafici**, dove ω è funzione di λ/λ_p , al variare della forma della sezione, determinando prima il valore

$$\lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_s}}$$

La progettazione sarà quindi svolta mediante successive approssimazioni.