Capitolo 12

La presenza di momenti torcenti periodicamente variabili può dare luogo al fenomeno delle **oscillazioni torsionali** (figura A). Le condizioni di esercizio risultano notevolmente aggravate e pericolose quando la frequenza delle oscillazioni coincide con la frequenza delle oscillazioni elastiche libere: si verifica infatti il fenomeno della **risonanza**.

Conglobando in K tutti i termini che riguardano le caratteristiche dell'albero rotante

$$K = \frac{G \cdot J_p}{L}$$

si ha:

$$M_t = K \cdot (\theta_2 - \theta_1)$$

Ritenendo che le oscillazioni torsionali seguano le leggi del moto armonico si può scrivere:

$$\theta_1 = \theta_{1\,(\max)} \cdot \text{sen}\,(\omega_e \cdot t)$$

$$\theta_2 = \theta_{2\,(\max)} \cdot \text{sen}\,(\omega_e \cdot t)$$

$$M_t = M_{\max} \cdot \text{sen}\,(\omega_e \cdot t)$$

Sviluppando i calcoli e ricordando che la velocità è la derivata dello spazio rispetto al tempo e che l'accelerazione è la derivata della velocità rispetto al tempo, si ottiene:

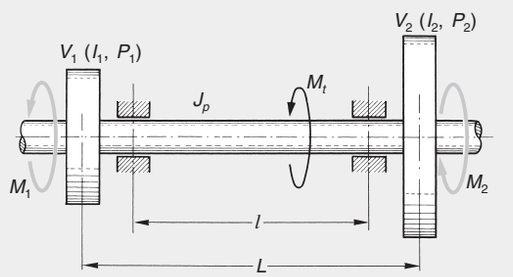
$$\omega_e^2 = K \cdot \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right)$$

La sezione dell'albero dove si annulla la deformazione angolare si chiama **nodo** dell'oscillazione.

Supponendo che ai due volani (figura B)siano applicati due momenti esterni con variazione periodica che segue le leggi del moto armonico (con pulsazione ω_0), si può scrivere:

$$M_1 + M_t = I_1 \cdot \frac{d^2\theta_1}{dt^2}$$

Figura B



per il primo volano e

$$M_2 - M_t = I_2 \cdot \frac{d^2\theta_2}{dt^2}$$

per il secondo. Ponendo $\alpha = K/I_1$ e $\beta = K/I_2$ e sviluppando i calcoli si ottiene:

$$M_{\max} = \frac{\alpha \cdot M_{1(\max)} - \beta \cdot M_{2(\max)}}{\omega_0^2 - \omega_e^2}$$

Se la pulsazione delle oscillazioni forzate coincide con la pulsazione delle oscillazioni torsionali libere, il momento, prescindendo dagli smorzamenti interni e dalle resistenze passive, tende all'infinito.

Se l'albero ha **tre masse concentrate** (figura C), distanti L_1 e L_2, e le caratteristiche dei due tratti di albero possono essere conglobate in K_1 e K_2, ponendo

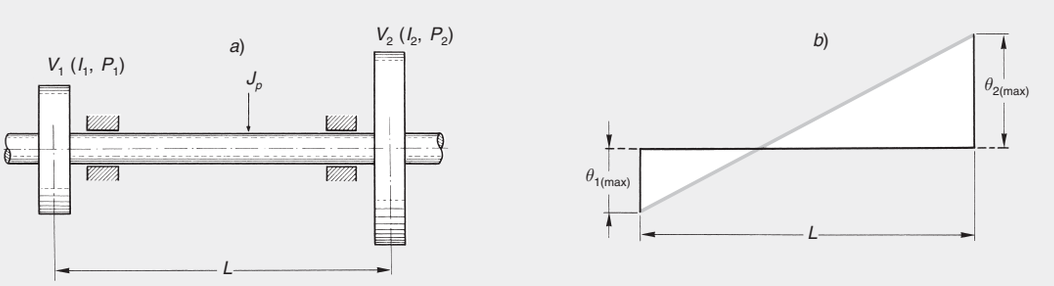
$$\alpha_1 = \frac{K_1}{I_1} \qquad \alpha_2 = \frac{K_2}{I_2}$$

$$\beta_1 = \frac{K_1}{I_2} \qquad \beta_2 = \frac{K_2}{I_3}$$

$$\mu_1 = \alpha_1 + \beta_1 \qquad \mu_2 = \alpha_2 + \beta_2 \qquad \tau = \alpha_2 \cdot \beta_1$$

si ottengono due velocità critiche (figura D):

Figura A



Copyright © 2010 Zanichelli Editore SpA, Bologna [6487]
Questo file è una estensione online del corso C. Pidatella, G. Ferrari Aggradi, D. Pidatella, **Corso di Meccanica**, terza edizione, © Zanichelli 2010

Figura C

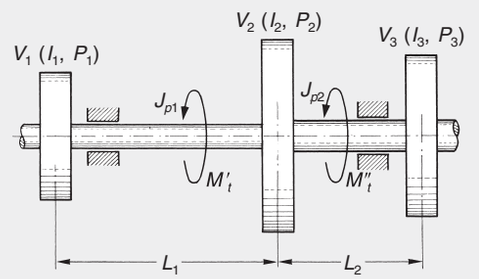
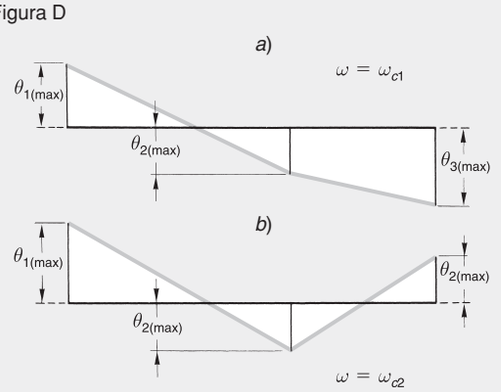


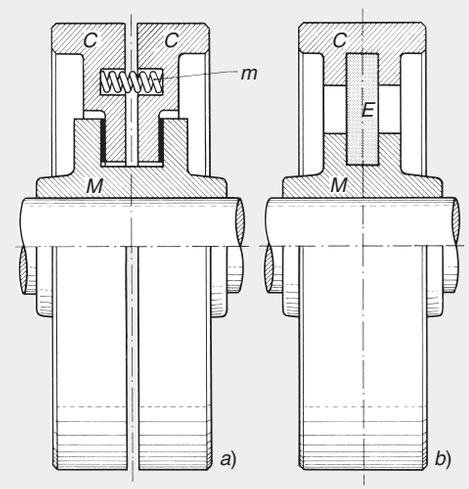
Figura D



$$\left.\begin{matrix}\omega_{e1}^2 \\ \omega_{e2}^2\end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}\cdot(\mu_1+\mu_2) \pm \frac{1}{2}\cdot\sqrt{(\mu_1-\mu_2)^2 + 4\cdot\tau}$$

La progettazione degli alberi non si limita quindi alla determinazione del diametro da assegnare in base alle condizioni di resistenza e di indeformabilità, ma anche alla valutazioni delle velocità critiche perché queste non siano vicine alla velocità di rotazione di esercizio. Spesso la prima velocità critica è inferiore alla velocità di esercizio, ma viene superata velocemente mentre l'albero raggiunge le condizioni di regime.

Figura E



Per evitare che la velocità di esercizio sia vicina a quelle critiche, si può variare il diametro dell'albero, la distanza delle masse o il valore delle masse stesse (che devono comprendere tutti gli organi attaccati all'albero, mediante metodi di riduzione).

Nel caso che questo non sia possibile, si possono utilizzare **smorzatori di oscillazioni** (figura E), costituiti da un mozzo che viene fissato all'albero e da una corona, collegata elasticamente al mozzo mediante molle o un materiale elastico, che sviluppa un effetto smorzante per le oscillazioni torsionali.

Copyright © 2010 Zanichelli Editore SpA, Bologna [6487]
Questo file è una estensione online del corso C. Pidatella, G. Ferrari Aggradi, D. Pidatella, **Corso di Meccanica**, terza edizione, © Zanichelli 2010