Teorema di Millman

Il teorema di Millman consente di trovare la tensione tra i nodi di una rete, come quella in FIGURA **1**, costituita dal parallelo di rami contenenti generatori e resistori. Trovata la tensione tra i nodi A e B, è poi semplice ricavare le correnti nei rami.

Enunciato:

In una rete lineare costituita da rami in parallelo collegati a due nodi, *A* e *B*, la tensione tra i due nodi (V_{AB}) è data dalla somma algebrica delle correnti di cortocircuito di ogni ramo, moltiplicata per la resistenza equivalente che si vede tra i nodi annullando i generatori di tensione e di corrente.

$$V_{AB} = \Sigma I_{CC} \cdot R_{eq}$$

ESEMPIO 1

Calcolare la tensione tra i nodi *A* e *B* della rete di FIGURA **1** e le correnti in tutti i rami.

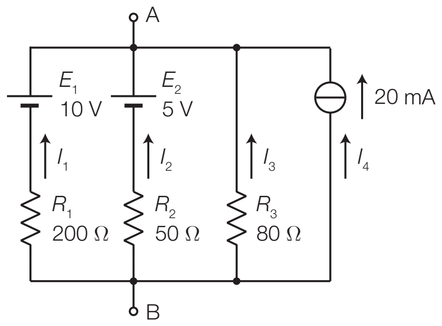

FIGURA **1**

Il teorema di Millman consente di trovare immediatamente la tensione tra i nodi.
Si calcolano le correnti di cortocircuito dei singoli rami:

$$I_{1CC} = \frac{E_1}{R_1} = \frac{10}{200} = 0{,}050 \text{ A}$$

$$I_{2CC} = -\frac{E_2}{R_2} = -\frac{5}{50} = -0{,}10 \text{ A}$$

(negativa a causa dell'orientamento del generatore rispetto alla corrente)

$$I_{3CC} = 0 \text{ A}$$

(nulla perchè il ramo non ha nessun generatore)

$$I_{4CC} = 0{,}02 \text{ A}$$

(coincide con la corrente imposta dal generatore di corrente)

La resistenza equivalente tra i nodi *A* e *B* si calcola annullando i generatori (si cortocircuitano E_1 ed E_2 e si apre il generatore di corrente nel ramo I_4), è pari al parallelo di R_1, R_2 e R_3:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{200}+\frac{1}{50}+\frac{1}{80}} = 26{,}7\ \Omega$$

La tensione tra i nodi *A* e *B* vale:

$$V_{AB} = \Sigma I_{CC} \cdot R_{eq} = (I_{1CC} + I_{2CC} + I_{3CC} + I_{4CC}) \cdot R_{eq} =$$
$$= (0{,}05 - 0{,}1 + 0{,}02) \cdot 26{,}7 = -0{,}80 \text{ V}$$

Le correnti nei rami valgono:

$$I_1 = \frac{E_1 - V_{AB}}{R_1} = \frac{10 + 0{,}80}{200} = 0{,}054 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{-E_2 - V_{AB}}{R_2} = \frac{-5 + 0{,}80}{50} = -0{,}084 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{-V_{AB}}{R_3} = \frac{+0{,}80}{80} = 0{,}01 \text{ A}$$

$$I_4 = 0{,}02 \text{ A}$$