

Legame tra $G(j\omega)$ e $G(s)$

Con il metodo della trasformata di Laplace si dimostra che:

dato un quadripolo lineare con f.d.t. $G(s)$ eccitato con un segnale sinusoidale in ingresso, il legame tra i numeri complessi rappresentativi delle tensioni d'uscita e d'ingresso sinusoidali, a regime, è dato da $G(j\omega)$, ottenuta sostituendo $j\omega$ a s nell'espressione di $G(s)$.

DIMOSTRAZIONE

Dalla definizione di *funzione di trasferimento*

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$$

si ottiene, ricavando la *risposta*:

$$V_o(s) = V_i(s) \cdot G(s)$$

La trasformata di un segnale sinusoidale di ampiezza unitaria $v_i(t) = \sin \omega t$, che si rileva dalla tabella delle trasformate, è:

$$V_i(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

Indipendentemente dall'espressione di $G(s)$, antitrasformando l'espressione della risposta con i metodi consueti, si ottiene la *risposta totale* $v_o(t)$, come somma della *parte transitoria* e di quella *a regime*:

$$v_o(t) = A \cdot e^{\rho_1 t} + B \cdot e^{\rho_2 t} + \dots + V_M \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

dove:

- $v_o(t)$: andamento del segnale d'uscita nel tempo;
- $A \cdot e^{\rho_1 t}$; $B \cdot e^{\rho_2 t}$; ...: termini costituenti la *parte transitoria* della risposta, espressi in funzione dei coefficienti dello sviluppo in frazioni parziali (A , B , ...) e dei poli della f.d.t., che si suppongono reali e negativi;
- $V_M \cdot \sin(\omega t + \varphi)$: termine che definisce la *parte a regime* della risposta del quadripolo alla sinusoidale.

Dall'analisi della (1) si rileva che, esaurita la parte transitoria (per $t \rightarrow \infty$), la risposta a regime del quadripolo ad un segnale sinusoidale, è un segnale sinusoidale con:

- *pulsazione* ω coincidente con quella del segnale d'ingresso, ovvero pari al coefficiente della parte immaginaria dell'operatore s di Laplace;
- *ampiezza massima* V_{oM} costituita dal prodotto del valor massimo del segnale d'ingresso V_{iM} per il *modulo* della f.d.t. espressa in funzione della sola parte immaginaria di s , cioè $j\omega$;
- *fase* φ coincidente con quella di $G(j\omega)$.