

Filtro universale: funzioni di trasferimento tra ogni uscita e l'ingresso

$$G_{HP}(s) = \frac{V_{o(HP)}}{V_i} = \frac{-K_1 s^2}{s^2 + K_2 K_4 s + K_3 K_4 K_5} \quad (\text{passa-alto: HP}) \quad (1)$$

$$G_{BP}(s) = \frac{V_{o(BP)}}{V_i} = \frac{K_1 K_4 s}{s^2 + K_2 K_4 s + K_3 K_4 K_5} \quad (\text{passa-banda: BP}) \quad (2)$$

$$G_{LP}(s) = \frac{V_{o(LP)}}{V_i} = \frac{-K_1 K_4 K_5}{s^2 + K_2 K_4 s + K_3 K_4 K_5} \quad (\text{passa-basso: LP}) \quad (3)$$

DIMOSTRAZIONE Si scrivono le espressioni delle tensioni d'uscita

$$V_{o(HP)} = -K_1 V_i + K_2 V_{o(BP)} - K_3 V_{o(LP)} \quad (4)$$

$$V_{o(BP)} = -\frac{K_4}{s} V_{o(HP)} \quad (5)$$

$$V_{o(LP)} = -\frac{K_5}{s} V_{o(BP)} = \frac{K_4 K_5}{s^2} V_{o(HP)} \quad (6)$$

Sostituendo le espressioni (5) e (6) nella (4) si ottiene una relazione contenente solo le variabili $V_{o(HP)}$ e V_i , da cui si ricava, con semplici passaggi, $G_{HP}(s)$ (1). Analogamente si ricavano le (2) e (3).

Confrontando le RELAZIONI (1), (2) e (3) con le funzioni di trasferimento dei filtri di 2° ordine (TABELLA 1 del CAPITOLO 2) si ricavano le espressioni dei parametri A_0 , ω_0 , ξ e Q in funzione delle costanti K_i , come riportato nella TABELLA A.

Uscita	A_0	ω_0	ξ	$Q = \frac{1}{2\xi}$
HP	$-K_1$	$\sqrt{K_3 K_4 K_5}$	$\frac{K}{2} \cdot \sqrt{\frac{K_4}{K_3 K_5}}$	$\frac{1}{K_2} \sqrt{\frac{K_3 K_5}{K_4}}$
BP	$\frac{K_1}{K_2}$			
LP	$-\frac{K_1}{K_3}$			

TABELLA A - Espressioni dei parametri A_0 , ω_0 , ξ e Q in funzione delle costanti K_i dello schema a blocchi del filtro (FIGURA 11 del CAPITOLO 2).

La FIGURA 12 del CAPITOLO 2 riporta lo schema elettrico di un filtro a variabili di stato che impiega tre amplificatori operazionali per realizzare il sommatore e i due integratori.

Nello schema proposto alcuni componenti hanno valori uguali: i tre resistori R_0 del sommatore, i due resistori R e i due condensatori C degli inte-

gratori; questo vincolo semplifica il dimensionamento dei circuiti ma fissa il guadagno in banda passante dei filtri passa-alto e passa-basso al valore $A_0 = -1$. Il problema può essere comunque superato ponendo in cascata un altro amplificatore, per ottenere il guadagno desiderato.

Ricordando le relazioni tra ingresso e uscita dei circuiti sommatore e integratore, si deducono le espressioni che legano le costanti K_i dello schema a blocchi ai valori dei componenti del circuito:

$$K_1 = K_3 = \frac{R_0}{R_0} = 1 \quad (7)$$

$$K_2 = \frac{R_B}{R_A + R_B} \left(\frac{R_0}{\frac{R_0}{2}} + 1 \right) = 3 \frac{R_B}{R_A + R_B} \quad (8)$$

$$K_4 = K_5 = \frac{1}{RC} \quad (9)$$

La RELAZIONE (8) si ricava osservando che il segnale $v_{o(BP)}$, dopo essere stato attenuato dal partitore $R_A - R_B$, giunge all'ingresso non invertente del sommatore il cui guadagno si calcola, per il principio di sovrapposizione degli effetti, ponendo a massa i punti A e B; in questo modo due resistori R_0 si trovano in parallelo ed hanno un valore equivalente pari a $R_0/2$.

Sostituendo le relazioni (7), (8) e (9) nelle espressioni in TABELLA A, si ottengono le formule di progetto del filtro a variabili di stato, riportate nella TABELLA B; esse forniscono i legami tra i valori dei componenti del circuito e i parametri (A_0 , ω_0 , ξ , Q) dei tre filtri.

Uscita	A_0	ω_0	ξ	$Q = \frac{1}{2\xi}$
HP	- 1	$\frac{1}{RC}$ (2.38)	$\frac{3}{2} \cdot \frac{R_B}{R_A + R_B}$ (2.39)	$\frac{R_A + R_B}{3R_B}$ (2.40)
BP	$\frac{R_A + R_B}{3R_B}$			
LP	- 1			

TABELLA B Legami tra i valori dei componenti e i parametri di un filtro universale.