

Progettazione di filtri attivi passa-basso e passa-alto di ordine superiore

Collegando un numero opportuno di filtri del 1° e del 2° ordine è possibile ottenere filtri di ordine superiore, caratterizzati da una maggiore pendenza dell'asintoto in banda oscura e quindi più selettivi.

Generalmente l'ordine del circuito complessivo è pari alla somma degli ordini dei singoli filtri, a meno che il collegamento non provochi cancellazioni polo-zero o ponga in serie o in parallelo due o più componenti reattivi della stessa natura, rendendoli non indipendenti.

Si ricorda che in un filtro passa-basso o passa-alto di ordine n , la pendenza dell'asintoto in banda oscura vale $\pm n \cdot 20$ dB/dec, e quindi un ordine elevato consente una migliore discriminazione tra banda passante e banda oscura.

Si riportano in FIGURA 1 gli andamenti delle risposte in ampiezza di filtri passa-basso di ordini diversi, alla Butterworth e alla Chebyshev (con ripple $R = 0,5$ dB).

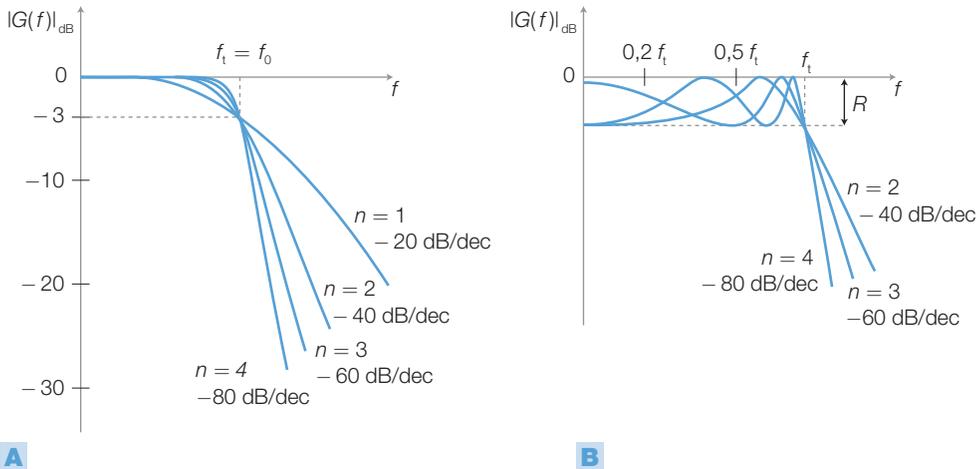


FIGURA 1 Risposte in ampiezza di filtri passa-basso di ordini diversi, **A)** alla Butterworth e **B)** alla Chebyshev (con ripple $R = 0,5$ dB).

Si noti che i filtri alla Butterworth hanno la risposta più piatta in banda passante e la frequenza di taglio coincidente con quella naturale, qualunque sia l'ordine.

I filtri alla Chebyshev massimizzano il roll-off in prossimità della frequenza di taglio, a spese di un'oscillazione (ripple) della risposta all'interno della banda passante.

Si ricorda che la frequenza di taglio (f_t) per i filtri alla Chebyshev è quel valore di frequenza per cui la risposta in ampiezza scende definitivamente sotto il minimo valore consentito per le oscillazioni in banda passante (ripple: R); si noti nella FIGURA 1B, che l'ampiezza R delle oscillazioni si mantiene costante fino alla frequenza di taglio f_t .

Per evitare errori di progettazione si faccia attenzione al fatto che, collegando filtri attivi identici in cascata, il filtro complessivo non mantiene le stesse caratteristiche del singolo stadio; ad esempio, impiegando due sezioni passa-basso alla Bessel con frequenza di taglio pari a 1 kHz, non si ottiene un filtro alla Bessel e la frequenza di taglio è diversa da 1 kHz.

Per ottenere una determinata risposta e una certa frequenza di taglio i singoli stadi risultano, in genere, diversi tra loro e i relativi valori di f_{ci} (fattore di conversione) e di ξ_i (smorzamento) da utilizzare per il progetto sono riportati nella TABELLA A.

Ordine n°	stadio	Chebyshev							
		Butterworth		Bessel		(R = 0,5 dB)		(R = 2,0 dB)	
		f_c	ξ	f_c	ξ	f_c	ξ	f_c	x
2	1	1	0,707	1,274	0,866	1,231	0,579	0,907	0,433
	2	1	-	1,325	-	0,626	-	0,369	-
3	1	1	0,500	1,445	0,724	1,069	0,293	0,941	0,196
	2	1	0,924	1,432	0,958	0,597	0,709	0,471	0,538
4	1	1	0,383	1,606	0,621	1,031	0,170	0,964	0,109
	2	1	-	1,505	-	0,362	-	0,218	-
5	1	1	0,809	1,559	0,888	0,690	0,424	0,627	0,282
	2	1	0,309	1,758	0,546	1,018	0,110	0,976	0,069
6	1	1	0,965	1,606	0,980	0,396	0,731	0,316	0,554
	2	1	0,707	1,692	0,818	0,768	0,276	0,730	0,176
7	1	1	0,259	1,908	0,489	1,012	0,077	0,983	0,048
	2	1	-	1,687	-	0,256	-	0,155	-
8	1	1	0,901	1,719	0,340	0,504	0,458	0,461	0,304
	2	1	0,623	1,825	0,756	0,823	0,154	0,797	0,122
9	1	1	0,223	2,053	0,444	1,008	0,059	0,987	0,035
	2	1	0,980	1,781	0,988	0,297	0,740	0,238	0,561
10	1	1	0,832	1,835	0,894	0,599	0,310	0,572	0,197
	2	1	0,556	1,956	0,703	0,861	0,144	0,842	0,090
11	1	1	0,195	2,132	0,408	1,006	0,043	0,090	0,027
	2	1	-	1,687	-	0,256	-	0,155	-

TABELLA A Parametri per il progetto dei vari stadi di filtri passa-basso e passa-alto, fino all'ottavo ordine.

Per dimensionare un filtro alla Chebyshev con ripple $R = 0,5$ dB del 5° ordine, per esempio, si pongono in cascata tre stadi, uno del 1° ordine e due del 2° ordine, per i quali si rilevano dalla TABELLA A i seguenti parametri:

$$f_{c1} = 0,362; f_{c2} = 0,690 \text{ e } \xi_2 = 0,424; f_{c3} = 1,018 \text{ e } \xi_3 = 0,110.$$

La frequenza naturale di ogni stadio si ottiene moltiplicando (passa-basso) o dividendo (passa-alto) la frequenza di taglio f_t specificata per il valore di f_{ci} relativo allo stadio.

Nella TABELLA A si nota che:

- i valori nella prima riga coincidono con quelli riportati nella TABELLA 4 del testo, per il progetto di filtri del 2° ordine;

- nei filtri alla Butterworth di qualunque ordine, le frequenze naturali f_{0i} di ogni stadio coincidono con la frequenza di taglio del filtro, infatti tutti i fattori di conversione valgono $f_{ci} = 1$;
- i vari stadi sono ordinati per valori di ξ decrescenti;
- nei filtri di ordine dispari il primo stadio è sempre del 1° ordine.

PROCEDIMENTO

Il **dimensionamento di un filtro passa-alto o passa-basso di ordine superiore al 2°**, si effettua nel modo seguente:

- 1)** le specifiche definiscono il tipo di risposta (LP o HP) e di approssimazione (Butterworth, Bessel o Chebyshev), l'ordine del filtro (n), la frequenza/pulsazione di taglio (f_t/ω_t) e il guadagno in centro banda (A_0).
- 2)** In base al tipo di approssimazione e all'ordine del filtro, nella **TABELLA A** s'individuano l'ordine e i valori del fattore di conversione f_{ci} e dello smorzamento ξ_i relativi ad ogni stadio; la somma degli ordini dei singoli stadi deve essere pari a n .
- 3)** Si dimensiona ogni stadio secondo il procedimento appreso nel **PARAGRAFO 2** (1° ordine) e **PARAGRAFO 3** (2° ordine VCVS) del **CAPITOLO 2**; in particolare per lo stadio i -esimo del 2° ordine VCVS a componenti uguali:
 - si calcola la pulsazione naturale con la formula $\omega_{0i} = \omega_t \cdot f_{ci}$, per il passa-basso, o con la $\omega_{0i} = \omega_t / f_{ci}$, per il passa-alto;
 - si fissa a piacere il valore di C_i e si ricava R_i :

$$R_i = 1 / \omega_{0i} C_i;$$
 - si ricava il guadagno A_{0i} :

$$A_{0i} = 3 - 2\xi_i;$$
 - si determinano i valori di R_{Ai} e R_{Bi} ; fissando, ad esempio, il valore di R_{Ai} si ricava

$$R_{Bi} = (A_{0i} - 1)R_{Ai}$$
- 4)** Si calcola il guadagno in centro banda complessivo degli stadi del 2° ordine e, nel caso di filtro di ordine dispari, si determina il guadagno dello stadio del 1° ordine, non soggetto a vincoli, per ottenere il valore di A_0 specificato; se il filtro è di ordine pari è necessario porre in cascata un amplificatore, non filtrante, di guadagno opportuno.

Dimensionare due filtri passa-basso del 5° ordine, alla Butterworth e alla Bessel, con frequenza di taglio $f_t = 4$ kHz e guadagno in banda passante $A_0 = 10$. Per gli stadi del 2° ordine si utilizzino filtri VCVS a componenti uguali.

SOLUZIONE

Lo schema dei due filtri, costituito da tre stadi passa-basso (uno del 1° e due del 2° ordine), è riportato nella FIGURA 2.

La pulsazione di taglio vale

$$\omega_t = 2\pi f_t = 25133 \text{ rad/s}$$

a) Butterworth:

Dalla TABELLA A si rilevano i fattori di conversione dei tre stadi $f_{c1} = f_{c2} = f_{c3} = 1$, per cui le pulsazioni naturali dei tre stadi coincidono con quella di taglio del filtro: $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_{03} = \omega_t = 25133$ rad/s; di conseguenza fissando $C_1 = C_2 = C_3 = C = 4,7$ nF si ricava

$$R_1 = R_2 = R_3 = R = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{1}{25133 \cdot 4,7 \cdot 10^{-9}} = 8,47 \text{ k}\Omega$$

Dalla TABELLA A si rilevano i valori di smorzamento dei due stadi del 2° ordine ($\xi_2 = 0,809$, $\xi_3 = 0,309$), e si dimensionano i resistori R_A e R_B che ne determinano il guadagno:

2° stadio:

si calcola il guadagno A_{02} : $A_{02} = 3 - 2\xi_2 = 1,38$.

Fissando $R_{A2} = 47$ k Ω , si ricava $R_{B2} = (A_{02} - 1)R_{A2} = 17,9$ k Ω .

3° stadio:

si calcola il guadagno A_{03} : $A_{03} = 3 - 2\xi_3 = 2,38$.

Fissando $R_{A3} = 47$ k Ω , si ricava $R_{B3} = (A_{03} - 1)R_{A3} = 64,9$ k Ω .

1° stadio:

il guadagno del primo stadio deve essere tale da rendere il guadagno in banda passante complessivo pari a: $A_0 = A_{01} \cdot A_{02} \cdot A_{03} = 10$; per cui $A_{01} = A_0 / A_{02} A_{03} = 3,04$

Fissando $R_{A1} = 27$ k Ω , si ricava $R_{B1} = (A_{01} - 1)R_{A1} = 55,1$ k Ω .

b) Bessel:

Dalla TABELLA A si rilevano i valori di smorzamento dei due stadi del 2° ordine ($\xi_2 = 0,888$, $\xi_3 = 0,546$) e i fattori di conversione dei tre stadi ($f_{c1} = 1,505$, $f_{c2} = 1,559$, $f_{c3} = 1,758$)

2° stadio:

la pulsazione naturale vale:

$$\omega_{02} = \omega_t \cdot f_{c2} = 39,18 \text{ krad/s};$$

fissando $C_2 = 4,7$ nF si ricava $R_2 = 1/\omega_{02}C_2 = 5,43$ k Ω ;

il guadagno vale: $A_{02} = 3 - 2\xi_2 = 1,32$;

fissando $R_{A2} = 47$ k Ω , si ricava $R_{B2} = (A_{02} - 1)R_{A2} = 15,0$ k Ω .

3° stadio:

la pulsazione naturale vale:

$$\omega_{03} = \omega_t \cdot f_{c3} = 44,18 \text{ krad/s};$$

fissando $C_3 = 4,7$ nF si ricava $R_3 = 1/\omega_{03}C_3 = 4,82$ k Ω ;

il guadagno vale: $A_{03} = 3 - 2\xi_3 = 1,91$;

fissando $R_{A3} = 47$ k Ω , si ricava $R_{B3} = (A_{03} - 1)R_{A3} = 48,2$ k Ω .

1° stadio:

la pulsazione naturale vale:

$$\omega_{01} = \omega_t \cdot f_{c1} = 37,83 \text{ krad/s};$$

fissando $C_1 = 4,7$ nF si ricava $R_1 = 1/\omega_{01}C_1 = 5,62$ k Ω ;

il guadagno del primo stadio deve essere:

$$A_{01} = A_0 / A_{02} A_{03} = 10 / (1,32 \cdot 1,91) = 3,97;$$

fissando $R_{A1} = 27$ k Ω , si ricava $R_{B1} = (A_{01} - 1)R_{A1} = 80,2$ k Ω .

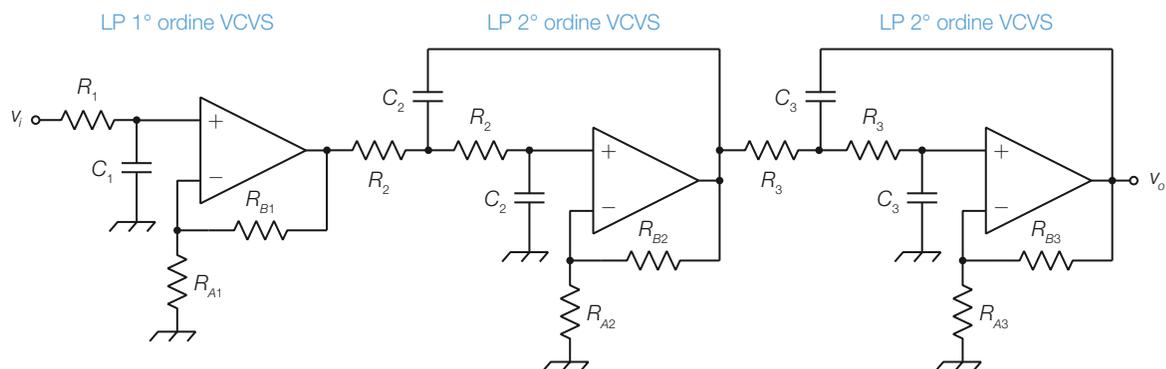


FIGURA 2

Dimensionare un filtro passa-alto del 4° ordine alla Chebyshev con ripple $R = 2$ dB, con frequenza di taglio $f_t = 300$ Hz e guadagno in banda passante pari a $A_0 = 20$.

Per gli stadi del 2° ordine si utilizzino filtri VCVS a componenti uguali.

SOLUZIONE

Lo schema del filtro, costituito da due stadi passa-alto del 2° ordine, più lo stadio amplificatore d'ingresso per il raggiungimento del guadagno richiesto, è riportato nella FIGURA 3.

La pulsazione di taglio vale:

$$\omega_t = 2\pi f_t = 1885 \text{ rad/s}$$

Dalla TABELLA A si rilevano i valori di smorzamento ($\xi_1 = 0,538$, $\xi_2 = 0,109$) e i fattori di conversione ($f_{c1} = 0,471$, $f_{c2} = 0,964$) dei due stadi HP del 2° ordine:

- 1° stadio HP:

la pulsazione naturale vale: $\omega_{01} = \omega_t / f_{c1} = 4002 \text{ rad/s}$;

fissando $C_1 = 47 \text{ nF}$ si ricava $R_1 = 1 / \omega_{01} C_1 = 5,32 \text{ k}\Omega$;

il guadagno vale: $A_{01} = 3 - 2\xi_1 = 1,92$;

fissando $R_{A1} = 47 \text{ k}\Omega$, si ricava $R_{B1} = (A_{01} - 1)R_{A1} = 43,2 \text{ k}\Omega$.

- 2° stadio HP:

la pulsazione naturale vale: $\omega_{02} = \omega_t / f_{c2} = 1955 \text{ rad/s}$;

fissando $C_2 = 47 \text{ nF}$ si ricava $R_2 = 1 / \omega_{02} C_2 = 10,9 \text{ k}\Omega$;

il guadagno vale: $A_{02} = 3 - 2\xi_2 = 2,78$;

fissando $R_{A2} = 47 \text{ k}\Omega$, si ricava $R_{B2} = (A_{02} - 1)R_{A2} = 83,7 \text{ k}\Omega$.

- stadio amplificatore d'ingresso (non invertente):

il guadagno G_A dello stadio amplificatore deve essere tale da rendere il guadagno in banda passante complessivo pari a $A_0 = G_A \cdot A_{01} \cdot A_{02} = 20$ e quindi $G_A = A_0 / A_{01} A_{02} = 3,51$.

Fissando $R_A = 27 \text{ k}\Omega$, si ricava $R_B = (G_A - 1)R_A = 67,8 \text{ k}\Omega$

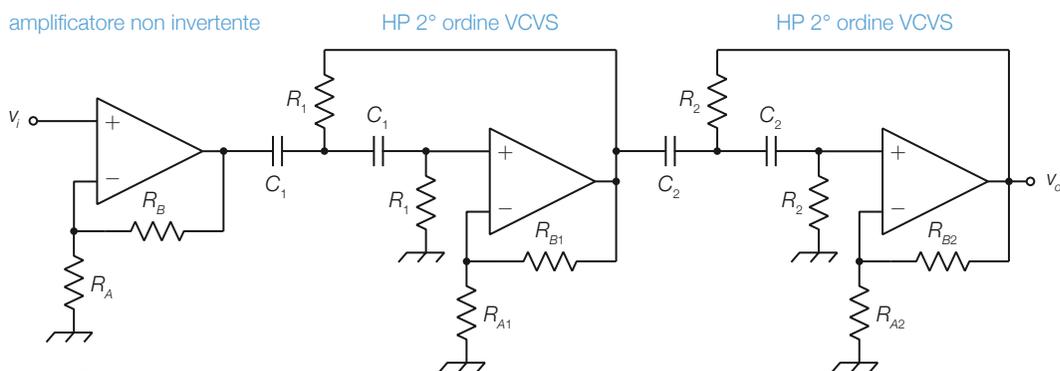


FIGURA 3