

ARGOMENTO Verricello, giunto rigido, ruote dentate

RIFERIMENTO Volume 1, Capitolo 5; Volume 2, Capitoli 11 e 12; Volume 3, Capitolo 1

Lo schema riportato in figura A rappresenta un motore elettrico che eroga una potenza nominale di 20 kW a un regime di 750 giri/min e, attraverso un giunto rigido *G*, la trasmette a un treno di quattro ruote dentate a denti dritti.

L'ultima ruota è solidale a un verricello *A* con un tamburo di diametro $d = 30$ cm. Il rendimento complessivo della catena cinematica rappresentata è $\eta = 0,87$ e la velocità media di sollevamento del carico è pari a 1,35 m/s. Il candidato, fissato con motivati criteri ogni altro elemento eventualmente mancante, esegua:

- il dimensionamento completo del giunto rigido *G* e uno schizzo quotato dello stesso;
- il calcolo del carico massimo *Q* sollevabile;
- il calcolo del modulo di entrambe le coppie di ruote dentate.

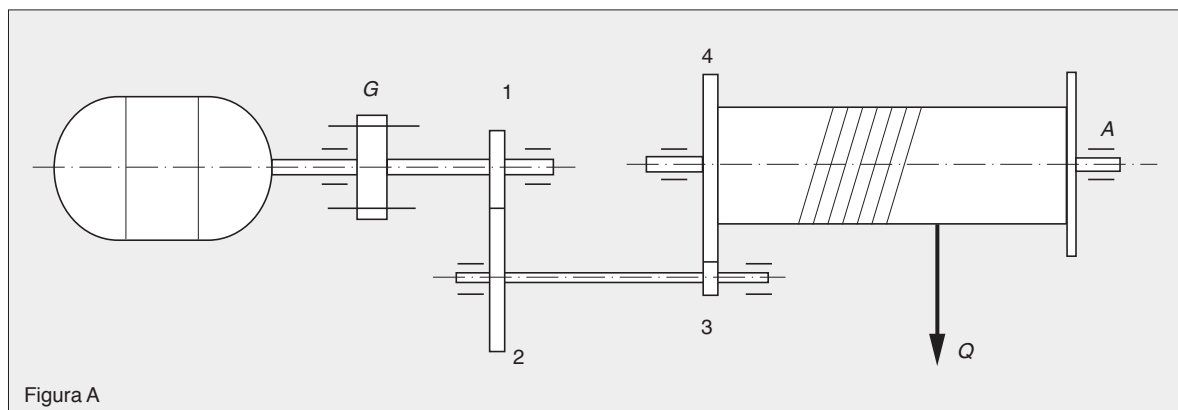


Figura A

Dimensionamento del giunto a dischi

Per dimensionare un giunto a dischi con le formule empiriche che si trovano sui manuali occorre conoscere prima il diametro dell'albero, che, non essendo noto a priori, deve essere calcolato in funzione del momento torcente trasmesso, con la formula

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_t}{0,2 \cdot \tau_{am}}}$$

dove τ_{am} è il carico unitario di sicurezza a tensione tangenziale.

Sappiamo inoltre che il momento torcente, in funzione della potenza da trasmettere e della velocità dell'albero, è:

$$M_t = 9549,3 \cdot \frac{P}{n} = 9549,3 \cdot \frac{20}{750} \approx 254,65 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Ipotizziamo di utilizzare, per realizzare l'albero, un acciaio non legato da bonifica C40 UNI EN 10083 (tab. 26 a pag. 372 del Manuale), per cui si può considerare un carico unitario di rottura σ_r (o *R* come indicato nel Manuale) = 650 N/mm².

Assumendo un coefficiente di sicurezza (considerando le condizioni di fatica alternata) $a = 9$, si assume un carico di sicurezza a tensione normale

$$\sigma_{am} = \frac{\sigma_r}{a} = \frac{650}{9} \approx 72 \text{ N/mm}^2$$

e quindi un carico di sicurezza a tensione tangenziale

$$\tau_{am} = \frac{\sigma_{am}}{\sqrt{3}} \approx 42 \text{ N/mm}^2$$

Il diametro dell'albero è:

$$d = \sqrt[3]{\frac{254650}{0,2 \cdot 42}} \cong 31,4 \text{ mm}$$

che porteremo a 37 mm per tener conto della profondità della cava (5 mm) necessaria alla chiavetta (chiavetta UNI 6607-A 10×8), la cui lunghezza sarà scelta tra quelle unificate in funzione del momento da trasmettere, compatibilmente con le dimensioni del giunto.

Le formule empiriche per il dimensionamento del giunto (figura B), tratte dal capitolo 1 del volume 3, sono:

$$L = 2,3 \cdot 37 + 50 \cong 135 \text{ mm}$$

$$L_1 = 0,6 \cdot 37 + 40 \cong 62 \text{ mm}$$

$$r_2 = 1,1 \cdot 37 + 50 \cong 90 \text{ mm}$$

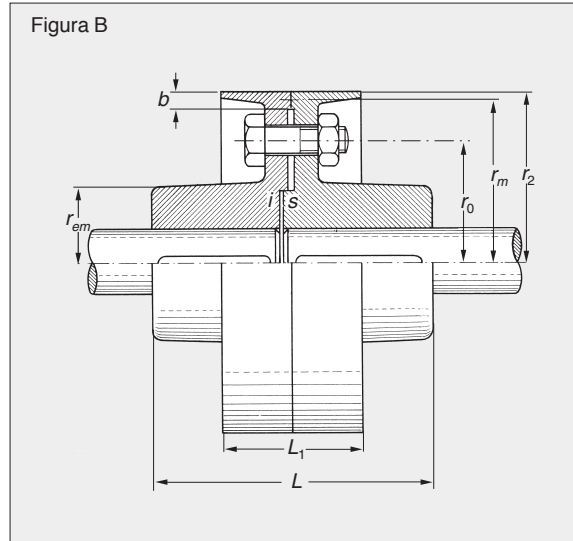
$$r_{em} = 0,9 \cdot 37 + 10 \cong 44 \text{ mm}$$

$$r_0 = \frac{90 + 44}{2} \cong 67 \text{ mm}$$

Si determina poi la lunghezza considerando che la chiavetta è sollecitata a taglio sulla sezione media ($b \times l$).

La sollecitazione media unitaria di taglio vale approssimativamente

$$\tau_m = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot b \cdot l}$$



Prendendo un valore ammissibile di τ_{am} pari a 30 N/mm², avremo:

$$l = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot b \cdot \tau_{am}} = \frac{2 \cdot 254650}{37 \cdot 10 \cdot 30} \cong 45,9 \text{ mm}$$

che si approssima al valore unificato immediatamente superiore; per cui $l = 50$ mm, assolutamente compatibile con la lunghezza già calcolata del giunto.

Passando al calcolo dei bulloni di collegamento si deve determinare la forza d'attrito tra i due dischi, lungo la circonferenza che passa tra gli assi dei bulloni, circonferenza il cui raggio è $r_0 = 67$ mm.

Il valore della forza necessaria a trasmettere per attrito il momento torcente richiesto è:

$$F = \frac{M_t}{r_0} = \frac{254650}{67} \cong 3800 \text{ N}$$

Assunto un coefficiente d'attrito $f = 0,2$, la forza totale di compressione fra i dischi risulta:

$$F_t = \frac{F}{f} = \frac{3800}{0,2} \cong 19000 \text{ N}$$

Fissiamo in quattro, come consigliato per il diametro in oggetto, il numero dei bulloni. Ogni bullone è sollecitato a trazione da una forza

$$F = \frac{19000}{4} = 4750 \text{ N}$$

Assumendo per i bulloni $\sigma_{am} = 60$ N/mm², la sezione resistente minima a trazione di un singolo bullone è:

$$A = \frac{4750}{60} \cong 79,2 \text{ mm}^2$$

Dalla tab. 7 a pag. 651 del Manuale si vede che sono necessari 4 bulloni M12×1,25 UNI 4536, che hanno una sezione resistente di 92,1 mm².

Calcolo del carico sollevabile

La potenza a disposizione è uguale a quella nominale moltiplicata per il rendimento totale della trasmissione (doppia coppia di ruote dentate e verricello), che è un dato assegnato (0,87). Quindi la potenza utile sarà uguale a:

$$P_u = P_0 \cdot \eta = 20 \cdot 0,87 = 17,4 \text{ kW}$$

Tale potenza utile è uguale al prodotto tra il carico sollevabile e la velocità di sollevamento; si ricava quindi:

$$Q = \frac{P_u}{v} = \frac{17400}{1,35} \cong 12890 \text{ N}$$

Dimensionamento delle ruote dentate

Il rapporto di trasmissione delle due coppie di ruote è pari al rapporto tra la velocità di rotazione del motore (n_1) e quella del verricello (n_3).

La velocità angolare del verricello, nota la velocità di salita del carico e il raggio del tamburo, è:

$$\omega_3 = \frac{v}{r} = \frac{1,35}{0,30/2} = 9 \text{ rad/s per cui}$$

$$n_3 = \frac{60 \cdot 9}{2 \cdot \pi} \cong 85,9 \text{ giri/min}$$

e il rapporto di trasmissione del treno di ingranaggi è:

$$i = \frac{n_1}{n_3} = \frac{750}{85,9} \cong 8,727$$

che possiamo pensare di ripartire nelle due coppie di ruote in parti abbastanza simili.

Un accoppiamento in cui sia $z_1 = 20$, $z_2 = 60$, $z_3 = 22$ e $z_4 = 64$ consente un rapporto di trasmissione

$$i = \frac{60 \cdot 64}{20 \cdot 22} \cong 8,727$$

che è proprio quello desiderato. Possiamo quindi assegnare alla prima coppia di ruote dentate $z_1 = 20$ e $z_2 = 60$, con rapporto di trasmissione $i_1 = 3$, e alla seconda $z_3 = 22$ e $z_4 = 64$, con rapporto di trasmissione $i_2 = 2,909$.

Il testo assegna solo il rendimento complessivo della catena cinematica. Ipotizzeremo i seguenti rendimenti:

$\eta_1 = 0,98$ rendimento al giunto;

$\eta_2 = 0,957$ rendimento della prima coppia di ruote dentate;

$\eta_3 = 0,957$ rendimento della seconda coppia di ruote dentate;

$\eta_4 = 0,97$ rendimento del verricello;

per un rendimento totale della catena cinematica di 0,87, come assegnato.

Il momento torcente che agisce sulla ruota 1 è quindi:

$$M_{r1} = 254,65 \cdot 0,98 = 249,6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Il momento torcente che agisce sulla ruota 3 è:

$$M_{r3} = M_{r1} \cdot 0,957 \cdot \frac{z_2}{z_1} = 249,6 \cdot 0,957 \cdot 3 = 716,6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Calcolo della prima coppia di ruote

Scegliamo come materiale un acciaio bonificato C50 UNI 7874, per cui possiamo considerare un σ_{am} pari a 180 N/mm² e una durezza HB di 240 daN/mm².

Sappiamo già in teoria che con queste caratteristiche il progetto dovrebbe essere fatto a usura, con successiva verifica a flessione; ma si può tranquillamente fare viceversa, oppure progettare sia a flessione sia a usura, e prendere per modulo della dentatura il valore massimo ottenuto.

Prendendo come al solito i dati dal Manuale si ha, per il progetto a flessione:

$$m = G \cdot \sqrt[3]{\frac{M}{f_v \cdot \sigma_{am} \cdot \lambda}} \quad \text{con } f_v = 0,85 - 0,02 \cdot v$$

Si è già calcolato $M = 249\,600 \text{ N} \cdot \text{mm}$; ipotizzando una velocità di 3 m/s si ha $f_v = 0,79$; si assume $\lambda = 15$, e, con un numero di denti $z_1 = 20$, si ha dal Manuale $G = 0,60$. Risulta quindi:

$$m = 0,6 \cdot \sqrt[3]{\frac{249\,600}{0,79 \cdot 180 \cdot 15}} \approx 2,93 \text{ mm}$$

Assumendo il modulo unificato di 3 mm si può immediatamente calcolare la pressione di contatto tra i denti, con la (12.9) del volume 3:

$$p = K \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot M_1}{b \cdot d_{pl}^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{u}\right)} = 473 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 249\,600}{45 \cdot 60^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right)} \approx 959 \text{ N/mm}^2$$

Per quanto riguarda la pressione ammissibile per il materiale scelto, il Manuale riporta 375 N/mm^2 ; in realtà, dato che il funzionamento del verricello sarà senz'altro discontinuo, conviene calcolare la pressione ammissibile con la (12.10) del volume 3, assumendo un numero di ore abbastanza basso (2000 ore):

$$p_0 = 25 \cdot \frac{\text{HB}}{\sqrt[6]{n \cdot h}} = 25 \cdot \frac{240}{\sqrt[6]{750 \cdot 2000}} \approx 561 \text{ N/mm}^2$$

In ogni caso, come prevedibile, la ruota dentata non è verificata a usura.

Eseguendo un progetto a usura e considerando come pressione ammissibile la p_0 appena calcolata si ha:

$$m = C \cdot \sqrt[3]{\frac{M_1}{\lambda \cdot p_{am}^2}} = 12,1 \cdot \sqrt[3]{\frac{249\,600}{15 \cdot 561^2}} \approx 4,5 \text{ mm}$$

dove C è stato estrapolato dalla tab. 62 di pag. 702 del Manuale.

Calcolo della seconda coppia di ruote

Determiniamo ora il modulo della seconda coppia di ruote, scegliendo lo stesso materiale della prima coppia, direttamente con progetto a usura. In questo caso abbiamo:

$$M_{t3} = 716,6 \text{ N} \cdot \text{m} \quad z_3 = 22 \quad p_0 = 25 \cdot \frac{\text{HB}}{\sqrt[6]{n \cdot h}} = 25 \cdot \frac{240}{\sqrt[6]{250 \cdot 2000}} \approx 673 \text{ N/mm}^2$$

$$m = C \cdot \sqrt[3]{\frac{M_1}{\lambda \cdot p_{am}^2}} = 11,3 \cdot \sqrt[3]{\frac{716\,600}{15 \cdot 673^2}} \approx 5,3 \text{ mm}$$

Assumeremo quindi come modulo della seconda coppia di ruote quello unificato immediatamente superiore, ossia 5,5 mm.

Solo per curiosità si può effettuare una verifica a flessione considerando la tensione risultante

$$\sigma = G^3 \cdot \frac{M}{f_v \cdot m^3 \cdot \lambda} = 0,57^3 \cdot \frac{716\,600}{0,83 \cdot 5,5^3 \cdot 15} \approx 64 \text{ N/mm}^2$$

che è molto minore di $\sigma_{am} = 180 \text{ N/mm}^2$ (tensione ammissibile).

In conclusione si ha per le due coppie di ruote dentate il seguente prospetto:

	Ruota 1	Ruota 2	Ruota 3	Ruota 4
m	4,5 mm	4,5 mm	5,5 mm	5,5 mm
z	20	60	22	64
d	90 mm	270 mm	110 mm	352 mm
b	67,5 mm	67,5 mm	82,5 mm	82,5 mm

Resterebbero da determinare, ma non sono richiesti dal testo, l'albero intermedio con relativi supporti e il perno del verricello.