# Dimostrazione della (2.8)': composizione di due forze parallele e concordi

La validità della (2.8)′ risulterà evidente dopo aver studiato il capitolo 3. Ne diamo qui una dimostrazione un po' complessa, ma interessante, utilizzando solo i metodi di scomposizione e composizione illustrati nel paragrafo precedente.

Siano date quindi due forze ($F_1$ e $F_2$), parallele e concordi, applicate rispettivamente nei punti A e B (FIGURA **1**) e proponiamoci di determinare la retta d'azione della risultante. Aggiungiamo al sistema dato ($F_1$ e $F_2$) altre due forze eguali e opposte fra loro ($F'$ e $F''$), agenti lungo la congiungente i punti di applicazione di $F_1$ e $F_2$, cosa ammissibile in quanto le due nuove forze si annullano a vicenda e non alterano sostanzialmente gli effetti prodotti dal sistema dato. Componiamo ora la forza $F_1$ con $F''$ e la forza $F_2$ con $F$ ottenendo due forze ($\bar{F}_1$ e $\bar{F}_2$) non più parallele ma concorrenti nel punto M, intersezione delle rispettive rette d'azione a e b. Trasportiamo infine in M le forze così ottenute e procediamo a una nuova scomposizione secondo la direzione verticale e quella orizzontale.

È chiaro che la componente orizzontale di $\bar{F}_1$ coincide con la forza $F'$ che è stata inserita nel sistema, così come coincide con la $F''$ la componente orizzontale di $\bar{F}_2$. Ciò equivale a dire che le rispettive componenti verticali coincidono con le forze $\bar{F}_1$ e $\bar{F}_2$. In definitiva, il procedimento eseguito ci ha consentito di trasportare le due forze parallelamente a se stesse, fino a portarle ad agire lungo la stessa retta d'azione. In tali condizioni la risultante $R$ del sistema passa per tale retta e la composizione dei due vettori si riduce a una semplice somma algebrica. Indicando con $C$ il punto di intersezione fra la retta d'azione della risultante e la congiungente $AB$, per la similitudine dei triangoli $MRS$ e $MCB$, possiamo scrivere:

$$\overline{CB} : \overline{RS} = \overline{MC} : \overline{MR}$$

e, in modo analogo, considerando i triangoli $MR'S'$ e $MCA$:

$$\overline{AC} : \overline{R'S'} = \overline{MC} : \overline{MR'}$$

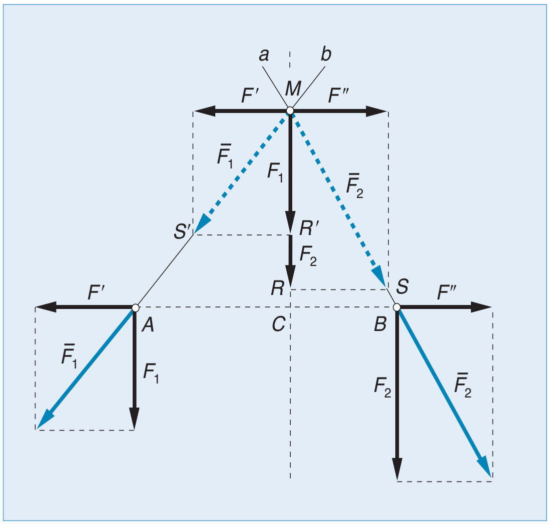
Dividendo membro a membro le due proporzioni sopra scritte, si ha:

$$\frac{\overline{CB}}{\overline{RS}} \cdot \frac{\overline{R'S'}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{MC}}{\overline{MR}} \cdot \frac{\overline{MR'}}{\overline{MC}}$$

Ricordando che, per costruzione, è $\overline{RS} = \overline{R'S'}$, risulta infine:

$$\frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{MR'}}{\overline{MR}}$$

Tale relazione può essere posta sotto forma di proporzione sostituendo ai singoli segmenti le intensità delle forze ricavate dalla figura $\left(\overline{MR} = F_2, \overline{MR'} = F_1\right)$ ottenendo infine $\overline{CB} : \overline{AC} = F_1 : F_2$ come volevasi dimostrare.




**1** Composizione di due forze parallele mediante forze ausiliarie.