

## Procedimenti grafici per il calcolo delle reazioni

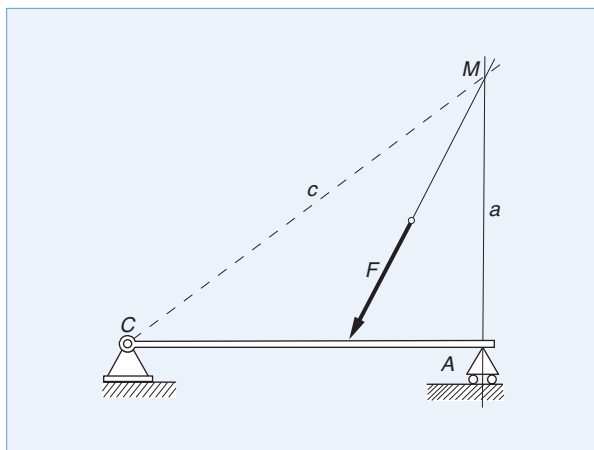
Nei paragrafi del testo abbiamo posto in evidenza la necessità di calcolare la reazione totale della cerniera  $R_c$  mediante le sue componenti  $R_x$  e  $R_y$ , in quanto è impossibile valutare a priori la retta d'azione di  $R_c$ . È chiaro che se ciò fosse possibile, il calcolo ne risulterebbe notevolmente semplificato. Si può ovviare a tale inconveniente ricorrendo a un procedimento grafico, di rapidissima esecuzione, ma applicabile solo nei casi in cui la struttura sia soggetta a pochi carichi. La costruzione grafica è basata su due presupposti, già noti:

- anzitutto le reazioni dei vincoli devono, nel loro complesso, equilibrare i carichi applicati e quindi la loro risultante costituisce l'equilibrante del sistema, cioè, per la sua stessa definizione, l'inverso della risultante dei carichi;
- le rette d'azione di due forze concorrenti e quella della loro risultante si incontrano in un unico punto (v. paragrafo 2 del capitolo 2); queste condizioni, adeguatamente sfruttate, ci permetteranno di determinare la retta d'azione della reazione della cerniera.

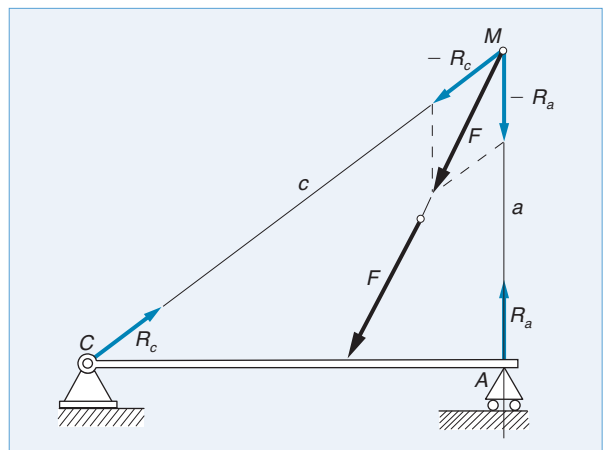
Riferiamoci, per semplicità, alla trave di FIGURA 1 soggetta a un solo carico  $F$  comunque inclinato sull'orizzontale, e prolunghiamo la retta d'azione di  $F$  fino a incontrare quella della reazione dell'appoggio  $R_a$  nel punto  $M$ . Per la proprietà delle forze richiamata nel secondo punto), anche la retta d'azione della reazione  $R_c$  deve passare per il punto  $M$ , oltre che per il centro della cerniera  $C$ , altrimenti la risultante di  $R_a$  e  $R_c$  non potrebbe equilibrare il carico  $F$  applicato alla trave. Congiunti pertanto i punti  $C$  e  $M$ , si determina la retta  $c$ , lungo la quale agisce la reazione totale della cerniera.

A questo punto si potrebbe proseguire per via analitica, annullando i momenti delle forze e delle reazioni incognite rispetto all'appoggio  $A$ , oppure per via grafica scomponendo il carico  $F$  nelle sue componenti secondo le due rette  $c$  e  $a$ , ormai note.

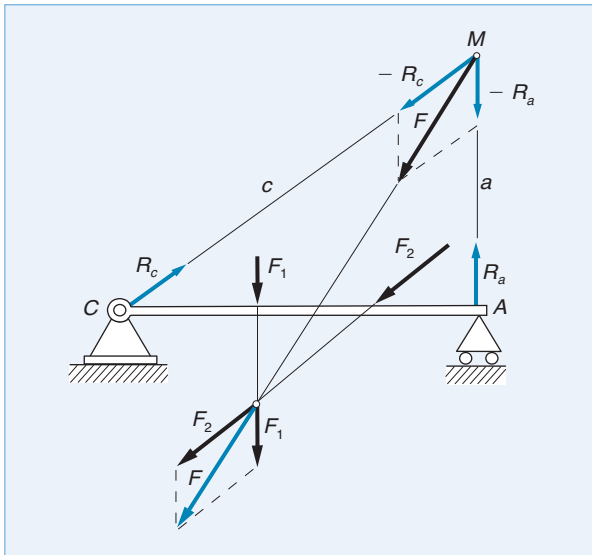
Questo secondo metodo è illustrato nella FIGURA 2. Trasportato il carico  $F$  fino al



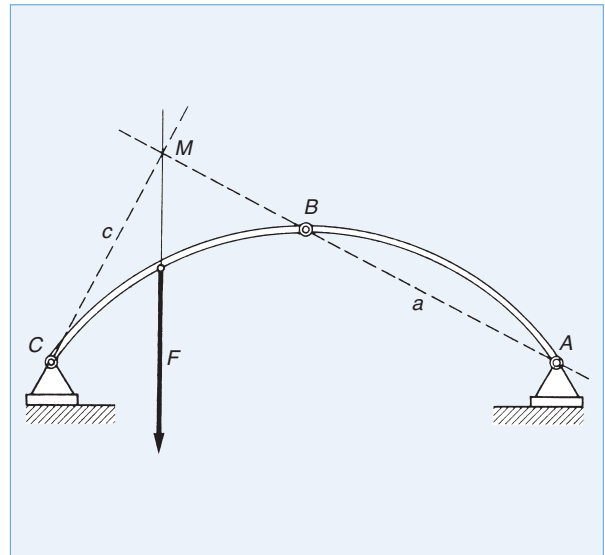
1 Procedimento grafico per la determinazione della retta d'azione  $c$  della reazione della cerniera.



2 Determinazione grafica delle reazioni.



3 Procedimento grafico applicato a una trave con due carichi concentrati.



4 Procedimento grafico applicato a una struttura con tre cerniere.

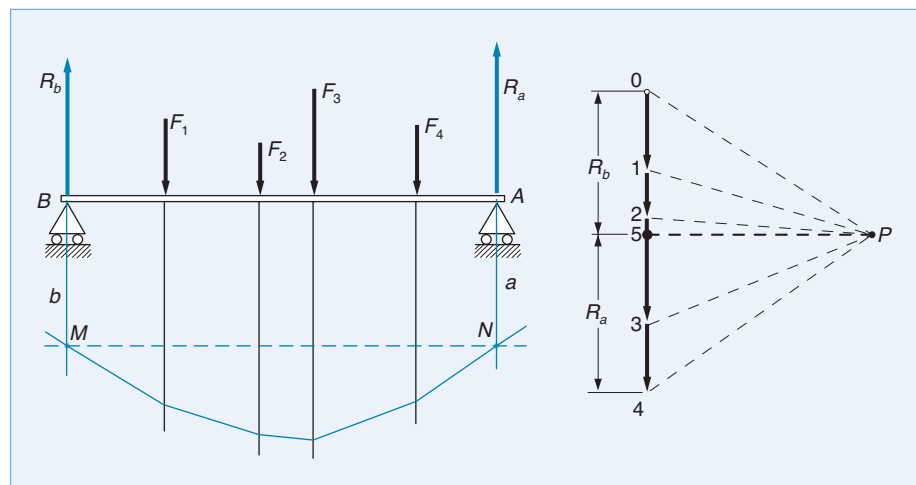
punto  $M$ , si tracciano le parallele alle due rette per ottenere il solito parallelogramma; la componente secondo la retta  $c$  verrà invertita e trasportata fino alla cerniera, mentre l'altra, dopo l'inversione, verrà posta sull'appoggio  $A$ .

Il procedimento grafico è utile nel caso di una sola forza agente o, al massimo, due; già in questa ipotesi, comunque, esso si complica, in quanto occorre prima comporre le forze applicate, e in seguito procedere alla costruzione descritta (FIGURA 3).

Se, infine, le forze agenti sulla struttura sono più di due, il procedimento risulta complesso e il grafico quasi incomprensibile; è preferibile, in tal caso, ricorrere al metodo analitico.

Nel caso delle strutture composte da due aste con tre cerniere, la costruzione grafica risulta altrettanto agevole; nell'arco a tre cerniere della FIGURA 4 essendo scarico il tratto  $\widehat{AB}$ , la reazione della cerniera  $A$  dovrà passare per  $A$  e per  $B$  e di conseguenza la sua retta d'azione  $a$  è nota. Intersecando la  $a$  con la retta lungo la quale agisce il carico  $F$ , si determina il punto  $M$  che, congiunto con  $C$ , individua la direzione della reazione della seconda cerniera.

Esiste un secondo procedimento grafico, valido anche per sistemi di forze in numero notevole, basato sul principio del poligono funicolare; esso si applica prin-



5 Ricerca delle reazioni con il poligono funicolare.

cialmente alle travi con carichi verticali, vincolate mediante due appoggi con carrelli.

Sia data la trave di FIGURA 5, soggetta a quattro carichi verticali ( $F_1, F_2, F_3$  e  $F_4$ ) e sia stato già tracciato il poligono funicolare con il procedimento già noto. La risultante del sistema non interessa, ma è importante ottenere due componenti di essa, parallele ai carichi, dirette dal basso in alto e di intensità tale da equilibrare i carichi stessi.

Costruita la funicolare dei carichi, i lati estremi di questa, intercettando le verticali passanti per gli appoggi, individuano i punti  $M$  e  $N$ . Collegando tali punti si determina una retta  $MN$  e, tracciando dal polo  $P$  una semiretta parallela a  $MN$ , si interseca il lato di chiusura della poligonale 0-4 nel punto 5, dividendo perciò la risultante del sistema in due frazioni. I due tratti 0-5 e 5-4 della risultante danno i valori delle reazioni degli appoggi: più precisamente, la  $R_b$  è data dal segmento 0-5 e la  $R_a$  dal segmento 5-4. I versi, naturalmente, saranno opposti a quello della risultante, cioè orientati dal basso verso l'alto.