

## Calcolo degli sforzi nelle aste: diagramma di Cremona

Il procedimento basato sull'equilibrio dei nodi comporta la costruzione di tanti poligoni quanti sono i nodi presenti nella struttura; il grafico può tuttavia essere notevolmente semplificato se si considera che ogni poligono ha uno o più lati equipollenti (salvo il verso) ai lati di altri poligoni. Si possono pertanto conglobare tutti i poligoni, facendo coincidere i lati corrispondenti, ottenendo una figura unica che prende il nome di **diagramma di Cremona** o, più semplicemente, **cremoniano**.

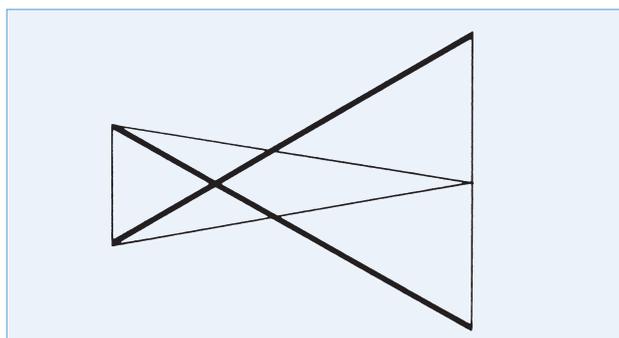
Nella FIGURA 1 abbiamo riportato il cremoniano della capriata semplice studiata nel testo, ottenuto dalla «fusione» dei singoli poligoni di equilibrio tracciati nelle figure da 4.34 a 4.37

Nel cremoniano non è possibile rappresentare i versi degli sforzi mediante delle frecce, in quanto ogni singolo lato è percorso alternativamente in un senso e nell'altro, a seconda del nodo cui ci si riferisce; **si elimina l'inconveniente indicando con un tratto più marcato i puntoni e con linea sottile i tiranti.**

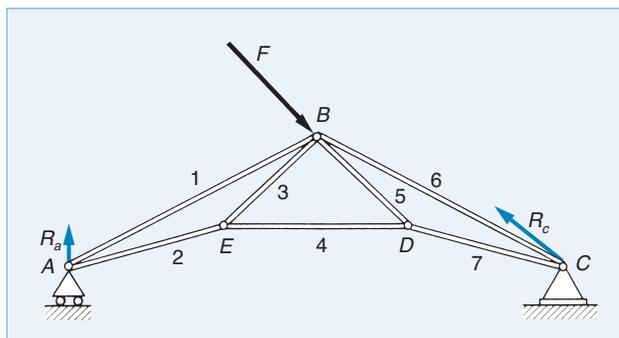
Per costruire il cremoniano della capriata rappresentata in FIGURA 2, soggetta a un generico carico  $F$  concentrato nel vertice, determiniamo anzitutto le reazioni dei vincoli esterni (appoggio  $A$  e cerniera  $C$ ) o per via analitica o impiegando il metodo grafico illustrato nell'approfondimento online *Procedimenti grafici per il calcolo delle reazioni*.

Scelto il senso di rotazione orario (FIGURA 3), le forze  $R_a$ ,  $F$  e  $R_c$  costituiscono un poligono chiuso. Iniziamo la costruzione dal nodo  $A$  in cui concorrono le aste (1) e (2); il relativo triangolo di equilibrio si completa tracciando, dagli estremi del vettore  $R_a$ , le parallele alle aste suddette, nello stesso ordine in cui si incontrano ruotando intorno al nodo nel senso di rotazione già prescelto per la travatura. Nel nostro caso, ruotando in senso orario, si trovano, nell'ordine, la reazione  $R_a$ , l'asta (1) e l'asta (2); tratteremo quindi la parallela all'asta (1) dall'estremo di  $R_a$  e la parallela alla (2) dall'origine della stessa. Gli sforzi nelle rispettive aste risultano di compressione per la (1) e di trazione per la (2).

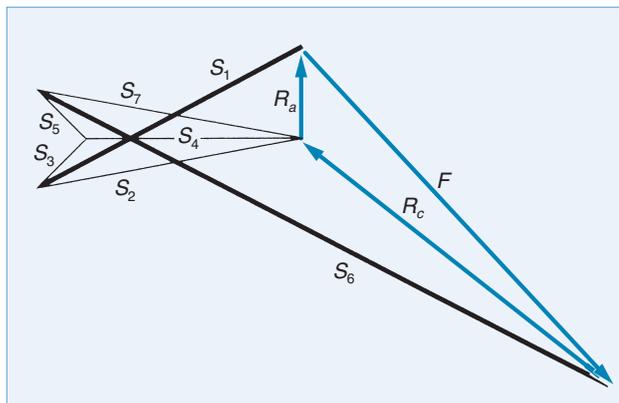
Passiamo al nodo  $E$ , non essendo possibile esa-



1 Cremoniano relativo alla capriata semplice.



2 Capriata composta.



3 Cremoniano relativo alla capriata composta.

minare l'equilibrio del nodo  $B$  in cui concorrono quattro aste e quindi tre sforzi incogniti, avendo già determinato  $S_1$ . L'equilibrio del nodo  $E$  è rappresentato dal triangolo formato dallo sforzo  $S_2$  e dalle parallele alle aste (3) e (4), tracciate secondo l'ordine  $S_2 \rightarrow (3) \rightarrow (4)$  in base alla regola precedentemente esposta. Risulta che ambedue le aste si comportano da tiranti.

Possiamo ora prendere in esame il nodo  $B$  in quanto conosciamo gli sforzi  $S_1$ ,  $S_3$  e  $F$ . Ruotando intorno al nodo in senso orario, le rette rispettive si trovano nel seguente ordine:  $(3) \rightarrow (1) \rightarrow F$  e nello stesso ordine si susseguono nel cremoniano le relative forze **1**. Tracciate quindi le parallele alle aste (6) e (5), si valutano i relativi sforzi che risultano di compressione per la (6) e di trazione per la (5).

Noti infine gli sforzi  $S_4$  e  $S_5$ , si chiude il triangolo di equilibrio del nodo  $D$  con una retta parallela all'asta (7), ottenendo la relativa forza ( $S_7$ ) che risulta anch'essa di trazione.

L'equilibrio del nodo  $C$  (superfluo per il calcolo) servirà a controllare la perfezione del grafico costruito. Il diagramma cremoniano dovrà, in ogni modo, risultare chiuso.

**1** Non si deve dimenticare di considerare invertiti gli sforzi determinati nel precedente poligono. Senza tale accorgimento, il carico  $F$  e gli sforzi  $S_1$  e  $S_2$  risulterebbero discordanti..