Capitolo 11

Il **momento d'inerzia di una superficie** rispetto a una retta r assegnata è la sommatoria dei prodotti delle singole aree elementari a_i che compongono la superficie per i quadrati delle rispettive distanze y_i dalla retta considerata:

$$I = \sum a_i \cdot y_i^2$$

Il momento d'inerzia è quindi una grandezza positiva.

Il **teorema di trasporto o di Huygens** afferma che il momento d'inerzia di una superficie rispetto a una retta x è pari alla somma del momento d'inerzia della superficie rispetto a una retta x_0 parallela a x e passante per il baricentro della superficie e del prodotto tra l'area A della superficie per la distanza d tra le due rette:

$$I_x = I_{x_0} + A \cdot d^2$$

Il **raggio d'inerzia** di una superficie è definito come

$$\rho_i = \sqrt{I_x/A}$$

Il **momento centrifugo** (o **prodotto d'inerzia**) di una superficie rispetto a due rette qualsiasi x e y è pari alla somma dei prodotti delle singole aree elementari a_i per le rispettive distanze dalle rette considerate:

$$I_{xy} = \sum a_i \cdot x_i \cdot y_i$$

Il **momento d'inerzia polare** I_P di una superficie rispetto a un punto P nello stesso piano è pari alla somma dei prodotti delle singole aree elementari a_i per i quadrati delle rispettive distanze z_i dal punto dato. Indicando con I_x e I_y i momenti d'inerzia della superficie rispetto a due rette x e y ortogonali che si incontrano in P, si può scrivere:

$$I_P = I_x + I_y$$

Anche per i momenti d'inerzia polari esiste un **teorema di trasporto**, che si esprime come

$$I_P = I_G + A \cdot d^2$$

avendo indicato con I_G il momento d'inerzia polare della superficie rispetto al baricentro G e con d la distanza tra P e G.

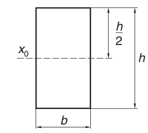
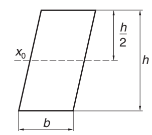
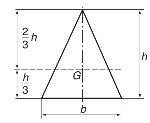
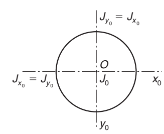
Per figure complesse è agevole ricondursi al calcolo dei momenti d'inerzia di figure più semplici, in quanto i momenti d'inerzia di figure diverse possono essere sommati o sottratti, purché siano stati calcolati rispetto alla stessa retta (o punto se polari).

Il **momento d'inerzia assiale di massa** J di un solido, rispetto a una retta r, è pari alla sommatoria dei prodotti delle singole masse elementari m_i per i quadrati delle rispettive distanze y_i del centro delle masse dalla retta r:

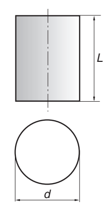
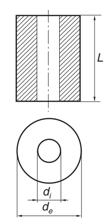
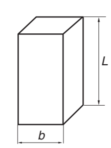
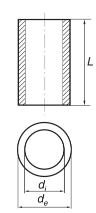
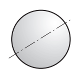
$$J = \Sigma m_i \cdot y_i^2$$

Si può definire il **raggio d'inerzia** come $\rho_i = \sqrt{J/m}$.

Momenti d'inerzia di figure geometriche comuni

	Rettangolo $I_{x_0} = \dfrac{b \cdot h^3}{12}$
	Parallelogramma $I_{x_0} = \dfrac{b \cdot h^3}{12}$
	Triangolo $I_{x_0} = \dfrac{1}{36} \cdot b \cdot h^3$
	Cerchio $I_{x_0} = I_{y_0} = \dfrac{\pi}{4} \cdot r^4$ $I_O = \dfrac{\pi \cdot r^4}{2}$

Momenti d'inerzia assiali di massa per alcuni solidi

 Cilindro pieno $J = m \cdot \dfrac{r^2}{2} = \rho \cdot L \cdot \left(\pi \cdot \dfrac{r^4}{2}\right)$	 Cilindro cavo di grande spessore $J = m \cdot \dfrac{(r_e^2 + r_i^2)}{2} = \rho \cdot L \cdot \pi \cdot \left(\dfrac{r_e^4 - r_i^4}{2}\right)$
 Prisma retto a sezione quadrata $J = \rho \cdot L \cdot \dfrac{b^4}{12}$	 Cilindro cavo a piccolo spessore $J = \dfrac{m \cdot d_m^2}{4} = m \cdot r_m^2$ $d_m = \dfrac{d_e + d_i}{2}$
Sfera 	$J = \dfrac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$