Capitolo 21

Se applichiamo l'equazione di Bernoulli al caso di una condotta orizzontale di sezione costante ($z_1 = z_2$ e $v_1 = v_2$) l'equazione si riduce a:

$$\frac{p}{\rho \cdot g} = \text{costante} \qquad (21.1)$$

cioè la pressione si manterrebbe costante in tutte le sezioni anche se fosse molto lunga. L'esperienza ci dimostra che tale risultato è assurdo per via della resistenza dovuta alla viscosità di un liquido reale. La dissipazione di energia dovuta all'attrito (riferita al peso unitario di liquido) viene definita **perdita di carico continua** (Y) ed espressa in metri di colonna del liquido in questione. Essa dipende:

- dalla velocità del liquido v;
- dalla sezione R delle pareti;
- dalla natura e rugosità delle pareti;
- dalla lunghezza del tratto di tubazione considerato.

Si può valutare la perdita di carico *per unità di lunghezza della condotta con la relazione*:

$$Y_U = K \cdot \frac{v^2}{R} \qquad (21.2)$$

K è un coefficiente da stabilire caso per caso a seconda delle pareti a contatto con il fluido.

Le perdite di carico continue non costituiscono l'unica causa di riduzione dell'energia del fluido; qualsiasi elemento che alteri l'andamento rettilineo della corrente comporta un'ulteriore perdita di carico y definita **accidentale** o **localizzata**:

$$y = K \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad (21.3)$$

in cui il coefficiente K tiene conto del tipo di accidentalità presente nel condotto.

Il **teorema di Bernoulli per un liquido reale** (se il fluido scorrente non scambia energia con l'esterno) diventa: l'**energia totale** posseduta dal fluido nella sezione 2) è uguale all'energia che esso possiede nella sezione 1) diminuita delle perdite di carico continue e delle perdite di carico accidentali:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} - Y - \sum y = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \qquad (21.4)$$

dove $\sum y$ è la sommatoria delle perdite accidentali.

Se applichiamo l'equazione di Bernoulli per un liquido reale al caso di una condotta orizzontale di sezione costante ($z_1 = z_2$ e $v_1 = v_2$) abbiamo:

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} - Y - \sum y = \frac{p_2}{\rho \cdot g}$$

cioè la pressione tende a diminuire per effetto delle perdite di carico.

La relazione (21.4), nell'ipotesi che avvenga scambio di energia per la presenza di una macchina idraulica inserita nel tratto considerato, diventa:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} - Y - \sum y \pm L_i = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \qquad (21.5)$$

dove **il termine L_i è il lavoro scambiato con la macchina dall'unità di peso del fluido scorrente**. L_i è positivo se la macchina somministra energia al fluido altrimenti è negativo.

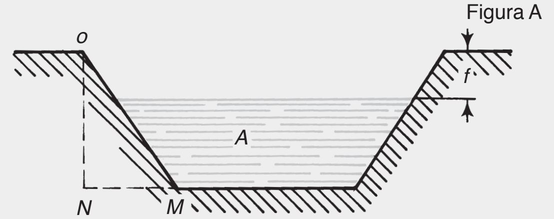
Nei canali, ove la sezione è costante, possiamo ritenere che l'acqua scorra in regime permanente e ciò ci consente di stabilire che la velocità media si mantiene costante in tutte le sezioni. **In altri termini, nei canali artificiali l'acqua defluisce con moto uniforme**. Vengono costruiti canali per scopi molto diversi: **canali di navigazione, di derivazione, per l'irrigazione, di bonifica, per impianti idroelettrici e di scarico.** La velocità dell'acqua nei canali è in genere molto modesta: per evitare i depositi sul fondo, la velocità deve superare il valore 0,5 m/s, mentre una velocità dell'ordine dei 2,5÷3 m/s richiede sponde in muratura o in cemento per impedirne l'erosione.

Con riferimento alla sezione generica schematizzata in figura A definiamo:

- **franco** f l'altezza delle sponde sul pelo libero dell'acqua;
- **scarpa** s il rapporto fra la proiezione orizzontale e quella verticale della parete (MN/NO);
- **perimetro bagnato** P la lunghezza del contorno della sezione che si trova a contatto con l'acqua;
- **raggio idraulico (o medio)** R il rapporto fra l'area della sezione occupata dal liquido e il relativo perimetro bagnato:

$$R = \frac{A}{P} \qquad (21.6)$$

Figura A



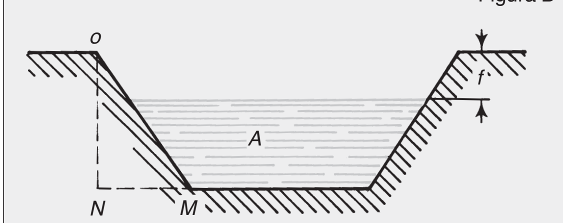


Figura B

Il minimo valore delle perdite di carico continue si verifica quando è massimo il raggio idraulico della sezione.

Consideriamo due sezioni di un canale (figura B), poste a distanza L fra loro e supponiamo che nel tratto compreso fra le due sezioni non si presentino accidentalità; poiché il canale è a pelo libero e il regime è uniforme: $p_1 = p_2 = p_a$, $v_1 = v_2$ e y=0.

L'equazione di Bernoulli si riduce a $z_1 = z_2 + Y$, ossia

$$Y = z_1 - z_2 \tag{21.7}$$

cioè le perdite di carico continue uguagliano la differenza di quota geodetica fra i baricentri delle sezioni 1) e 2). Indicando con I la pendenza del canale data dalla tangente dell'angolo α, le perdite di carico in funzione della pendenza del canale sono:

$$Y = I \cdot L \tag{21.8}$$

Viene anche usata per **determinare la pendenza necessaria** a un canale (di cui siano note le perdite di carico) **in modo da ottenere una certa velocità dell'acqua**.

Se le perdite di carico continue sono riferite all'unità di lunghezza del canale si ricava la velocità v dell'acqua in funzione della pendenza I del canale (numero puro), del raggio medio R della sezione (metri) e del coefficiente K_0 che tiene conto della natura delle sponde:

$$v = \sqrt{\frac{I \cdot R}{K}} = K_0 \cdot \sqrt{R \cdot I} \tag{21.11}$$

nota come **formula di Chezy**.

L'espressione più comunemente usata per il calcolo di K_0 è quella dovuta al Bazin:

$$K_0 = \frac{87}{1 + \frac{c}{\sqrt{R}}} \tag{21.12}$$

che dipende sempre dal raggio medio R della sezione e da un nuovo coefficiente c variabile a seconda della natura delle sponde.

Applichiamo il teorema di Bernoulli a una condotta di sezione costante, ad asse non orizzontale, percorsa da un liquido in regime permanente (figura C); supponendo che nel tratto compreso fra le due

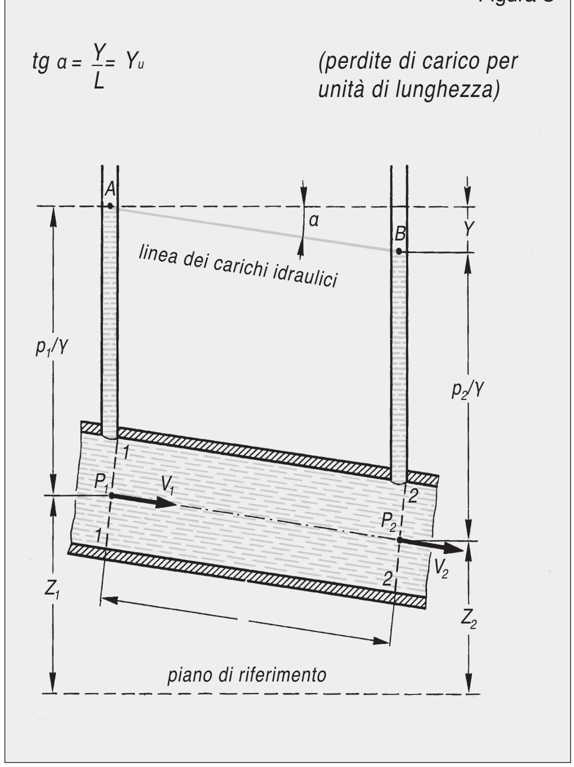


Figura C

sezioni 1) e 2) non si manifestino perdite di carico accidentali. In queste ipotesi, l'energia cinetica ha lo stesso valore in tutte le sezioni ($v_1 = v_2$) e l'equazione di Bernoulli si riduce a:

$$Y = \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot g} + z_1 - z_2 \tag{21.13}$$

In una condotta, le perdite di carico continue influenzano il valore dell'altezza piezometrica, a differenza di quanto avviene nei canali dove dipendono esclusivamente dal dislivello geodetico. Se si inseriscono due tubi piezometrici in corrispondenza delle sezioni considerate, **la differenza dei livelli del liquido nel tubo rappresenta la perdita di energia subita dal fluido nel tratto di tubazione considerato**. Innestando altri tubi piezometrici, i loro livelli dovranno trovarsi sulla congiungente i punti A e B, che risulta rettilinea. La retta AB si definisce **linea dei carichi idraulici** ed è inclinata rispetto all'orizzontale di un angolo α:

$$\text{tg}\alpha = \frac{Y}{L} = Y_U$$

(perdite di carico per unità di lunghezza)

Aggiungendo l'energia cinetica $v^2/2g$ (uguale in tutte le sezioni) si ottiene una retta ideale parallela alla precedente, denominata **linea dei carichi effettivi** che rappresenta l'energia **veramente disponibile** in ogni punto della condotta. Se in ogni punto di tale retta aggiungiamo un segmento uguale alla re-

Figura D

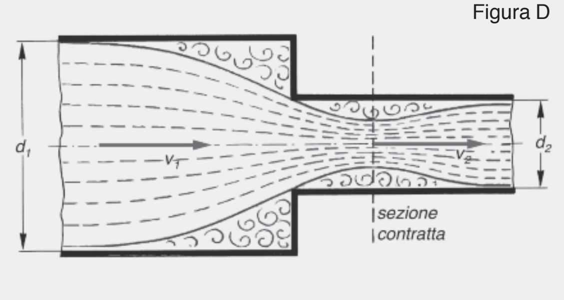
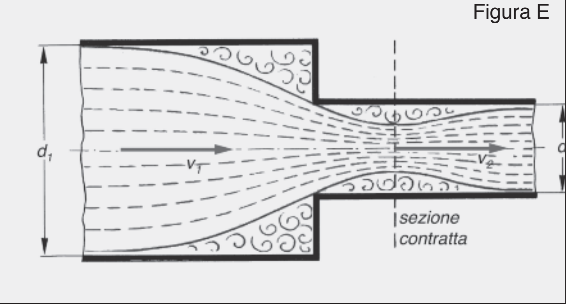


Figura E



lativa perdita di carico, otteniamo una retta orizzontale che si definisce **linea dei carichi idrostatici** che coincide con il pelo libero del liquido contenuto nel serbatoio di carico. Il **carico idrostatico** rappresenta **l'energia teorica** posseduta dal fluido (nell'ipotesi che non si verifichino perdite di carico) mentre il **carico effettivo** è l'energia veramente disponibile in ogni punto della condotta.

La sezione di una condotta è quasi sempre di forma circolare, e il liquido ne bagna l'intero contorno; il perimetro bagnato vale $P = \pi \cdot D$ e la (21.2) diventa:

$$Y_U = \beta \cdot \frac{q_V^2}{D^5} \qquad (21.15)$$

relazione nota con il nome di **formula di Darcy**.

Permette di determinare le perdite di carico per unità di lunghezza della condotta in funzione della portata, del diametro della condotta e del coefficiente β ($\beta = 0{,}00164 + 0{,}000042/\mathrm{D}$). Se indichiamo con L la lunghezza della condotta, la perdita di carico totale è

$$Y_U = \beta \cdot \frac{q_V^2}{D^5} \cdot L \qquad (21.16)$$

Le perdite di carico accidentali in una condotta sono proporzionali all'energia cinetica posseduta dal fluido secondo la formula generale (21.3). La difficoltà nel suo utilizzo consiste nell'assegnare, caso per caso, il giusto valore al coefficiente K:

- **brusco allargamento di sezione**:

$$y = a_1 \cdot (1 - m)^2 \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \qquad (21.17)$$

con a_1 compreso fra 1 e 1,1 e $m = (d_1/d_2)^2$;

- **brusco restringimento di sezione** (figura D):

$$y = a_2 \cdot \frac{(v_2 - v_1)^2}{2 \cdot g} \qquad (21.18)$$

in cui a_2 vale mediamente 1,25 e v_2 rappresenta la velocità assunta dal fluido nella sezione contratta;

- **diaframma inserito nella tubazione** (figura E):

$$y = a_3 \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \qquad (21.19)$$

in cui a_3 assume valori variabili in funzione del rapporto delle sezioni A_2 / A_1;

- **curva di ampiezza** φ :

$$y = a_4 \cdot \frac{\varphi}{90} \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \qquad (21.20)$$

in cui a_4 dipende dal rapporto fra il raggio R della curva misurato all'asse e il diametro del tubo d;

- **altre perdite accidentali**: si ricorre a tabelle in cui sono riportati i valori del coefficiente K o a diagrammi impiegati dalle industrie specializzate.