

## Capitolo 4

Se la *poligonale delle forze* è *aperta*, il sistema di forze non è equilibrato. Nel caso invece sia *chiusa*, il sistema di forze ha risultante nulla, ma potrebbe non essere equilibrato se i lati estremi del poligono funicolare non sono coincidenti ma paralleli. In questo caso, il sistema di forze equivale a una coppia con un certo momento.

Un *sistema di forze generico* non equilibrato è quindi sempre riconducibile a una forza risultante e un momento risultante oppure a una soltanto di queste due grandezze.

L'applicazione a un corpo rigido di un sistema di forze che equivale a una sola forza risultante tende a produrne una traslazione nella direzione della risultante; se il sistema di forze equivale invece a una coppia di un certo momento tende a produrne una rotazione nel piano della coppia.

Nel caso generale un sistema di forze applicato a un corpo rigido tende a produrne un moto composto da una *traslazione* e una *rotazione*.

Nel piano, quindi, un corpo rigido ha **tre gradi di libertà**, ciascuno dei quali coincide con una possibilità di movimento: due per le traslazioni secondo due assi  $x$  e  $y$  ortogonali e appartenenti al piano e uno per la rotazione nel piano. Nello spazio i gradi di libertà sono invece sei.

Un **vincolo** è un collegamento atto a impedire uno o più gradi di libertà di un corpo. Per vincolare un corpo rigido nel piano basterà pertanto disporre dei vincoli che eliminino le due traslazioni e la rotazione. Analiticamente questa condizione è espressa dalle **tre equazioni della statica**:

$$\sum F_{ix} = 0 \quad \sum F_{iy} = 0 \quad \sum F_i \cdot b_i = 0$$

In ciascuna sommatoria devono essere inserite, oltre le componenti delle forze esterne, anche le *reazioni* dei vincoli.

Esistono **vincoli semplici** (*appoggio*), **vincoli doppi** (*cerniera*) e vincoli completi come l'*incastro*.

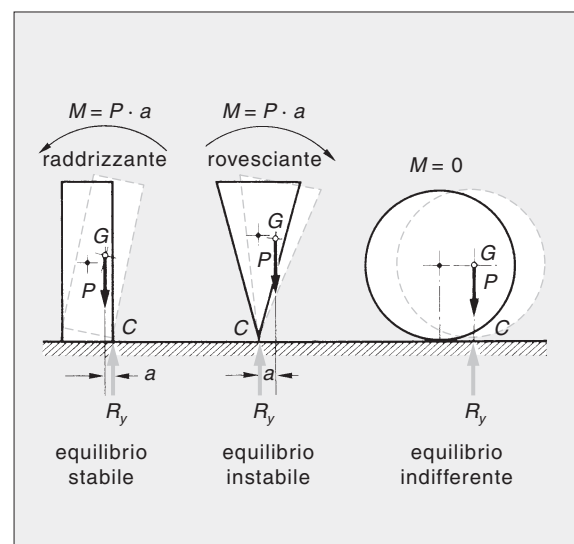
Se una struttura è vincolata con un numero di vincoli semplici:

- inferiore a quello necessario si dice **labile** e non interessa la statica in quanto non è in condizione di equilibrio;
- uguale a quello strettamente necessario, si dice **isostatica**;
- superiore al necessario, si dice **iperstatica**.

In una *struttura isostatica* la determinazione delle reazioni dei vincoli è semplice, in quanto queste si possono ottenere risolvendo le equazioni della statica

una volta note le forze esterne. Casi comuni sono la trave incastrata a mensola, la travi appoggiata con cerniera e appoggio o due travi con tre cerniere. Le reazioni possono essere determinate anche mediante procedimenti grafici.

Un corpo appoggiato soggetto al proprio peso è in equilibrio se la forza peso ha una retta d'azione che passa per il punto di appoggio. Un cono appoggiato sul vertice è in una situazione di equilibrio **instabile** rispetto alle sollecitazioni esterne, una sfera è in equilibrio **indifferente** e un cilindro appoggiato su una base è in equilibrio **stabile** (figura).



Un corpo incernierato soggetto al proprio peso è in equilibrio quando la forza peso ha una retta d'azione che passa per la cerniera. L'equilibrio è *stabile* se la cerniera si trova sopra il baricentro del corpo, *instabile* se la cerniera si trova sotto il baricentro e *indifferente* se la cerniera coincide con il baricentro.

Si definiscono **travature reticolari** quelle strutture costituite da un insieme di *aste* collegate fra loro in alcuni punti (*nodi*), in modo che il complesso risulti indeformabile, ovvero se le aste e i nodi sono in numero sufficiente e disposti in modo opportuno per impedire qualsiasi movimento. Indicando con  $n$  il numero dei nodi e con  $a$  il numero di aste, la struttura è *isostatica* se  $a = 2 \cdot n - 3$ . Se  $a$  fosse maggiore la struttura sarebbe *iperstatica*, mentre se fosse minore la struttura sarebbe *labile*. Se i carichi sono disposti solo sui nodi, le aste possono essere o **tiranti** (soggette a trazione) o **puntoni** (soggette a compressione) e il calcolo delle reazioni risulta semplificato.

Per il calcolo delle reazioni possono essere utilizzati il **metodo dell'equilibrio dei nodi** o il **metodo di Ritter**.