Approfondimento

Trasformazioni isobariche: dimostrazioni

Nel piano p - v (FIGURA 1) la linea di trasformazione è una retta orizzontale in accordo con la costanza della pressione, il cui valore è rappresentato, nel diagramma stesso, dall'ordinata dei punti che caratterizzano lo stato iniziale e quello finale; il fluido compie perciò un **lavoro unitario di dilatazione**, pari a:

$$l = p_1 \cdot (v_2 - v_1)$$

come può essere rilevato sia dall'area sottostante la linea di trasformazione (che risulta rettangolare) sia dalla formula (16.15), ricavata nell'ipotesi di una variazione di volume a pressione costante.

> Anche per la trasformazione isobarica è difficile effettuare un paragone con la realtà essendo estremamente improbabile che il calore venga fornito con la necessaria continuità e che l'entità delle forze esterne non muti durante lo svolgimento della trasformazione stessa. Con lo stesso margine di approssimazione già esposto per l'isometrica, si considera isobarica la fase di combustione che avviene entro un motore diesel particolarmente lento, poiché il combustibile viene iniettato gradualmente (mentre lo stantuffo si sposta verso il basso) e brucia venendo a contatto con l'aria preventivamente riscaldata dalla forte compressione iniziale; anche in questo caso, l'approssimazione è sufficientemente buona pur non essendo rigorosamente vere le ipotesi secondo cui l'eventuale aumento della pressione viene compensato dall'incremento di volume prodotto dal moto dello stantuffo.

1 Il calore specifico a pressione costante di un aeriforme è definito come la quantità di calore che occorre somministrare all'unità di massa della sostanza in questione per elevare la sua temperatura di 1 °C, mantenendo costante la pressione durante tutta l'operazione

L'equazione fondamentale della termodinamica:

$$q = u_2 - u_1 + l$$

diventa, per una trasformazione isobarica:

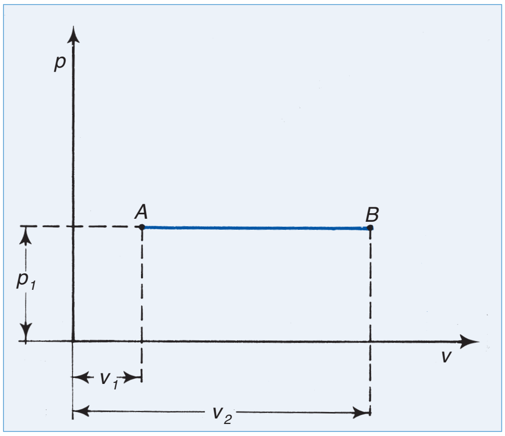
$$q = c_v \cdot (T_2 - T_1) + p \cdot (v_2 - v_1)$$

e infine, ricordando la definizione di calore specifico a pressione costante 1:

$$q = c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

$$c_p \cdot (T_2 - T_1) = c_v \cdot (T_2 - T_1) + p \cdot (v_2 - v_1) \qquad (1)$$

Ripetiamo, come di consueto, i concetti già sviluppati espri-



1 Trasformazione a temperatura costante nel diagramma p-v

mendoli in termini differenziali; per un tratto infinitesimo di trasformazione, il lavoro svolto è $\mathrm{d}l = p_1 \cdot \mathrm{d}v$ e integrando fra lo stato fisico iniziale 1) e quello finale 2):

$$l = \int_1^2 p_1 \cdot \mathrm{d}v = p_1 \cdot \int_1^2 \mathrm{d}v = p_1 \cdot (v_2 - v_1)$$

L'equazione fondamentale, in termini differenziali, $\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + \mathrm{d}l$, diventa:

$$c_p \cdot \mathrm{d}T = c_v \cdot \mathrm{d}T + p \cdot \mathrm{d}v$$

ed, integrata, ci riporta alla conclusione espressa dalla (1).

La variazione di entropia subita dal fluido $\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}q}{T}$ nel passaggio dallo stato fisico iniziale a quello finale, diventa:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{\mathrm{d}q}{T}$$

e tenendo conto che:

$$\frac{\mathrm{d}q}{T} = \frac{c_p \cdot \mathrm{d}T}{T}$$

ne segue:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_p \cdot \mathrm{d}T}{T} = c_p \cdot \int_1^2 \frac{\mathrm{d}T}{T} = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} \qquad (2)$$