Approfondimento

Rendimento del ciclo di Brayton

Rendimento.
Il rendimento del ciclo Brayton si può ottenere con il consueto procedimento già applicato, ove si tenga presente che sia il calore somministrato, sia quello ceduto, si ritengono trasmessi a pressione costante.

Sarà pertanto:

$$q_1 = c_p \cdot (T_3 - T_2) \quad q_2 = c_p \cdot (T_4 - T_1)$$

e di conseguenza:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_p \cdot (T_4 - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \, .$$

Operando in modo del tutto analogo a quello dei cicli esaminati in precedenza [1], si scrive:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1} \, .$$

[1] Abbiamo infatti effettuato la consueta semplificazione eliminando il termine c_p al numeratore e al denominatore della formula, malgrado i valori numerici dei calori specifici non siano rigorosamente uguali.

Applicando l'equazione trovata al cap. 17, par. 5 alle due adiabatiche $1 \rightarrow 2$ e $3 \rightarrow 4$ si ottiene:

$$\frac{T_1}{p_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \frac{T_2}{p_2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \qquad \frac{T_4}{p_4^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \frac{T_3}{p_3^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

e da queste:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \qquad \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Con le notazioni della FIGURA **19.25** del testo, è anche:

$$p_3 = p_2 \qquad p_4 = p_1$$

per cui:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \qquad \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \, .$$

Ne consegue:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3}$$

ossia, invertendo i termini della proporzione:

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$$

Risulta chiaro a questo punto che il termine

$$\frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1}$$

è uguale all'unità, per cui il rendimento termico ideale del ciclo Brayton si riduce alla forma:

$$\eta_{id} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \tag{1}$$

Indicando infine con il simbolo β il rapporto fra la pressione finale p_2 e quella iniziale p_1:

$$\beta = \frac{p_2}{p_1}$$

si ottiene in definitiva:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \tag{2}$$