Approfondimento

Dimostrazione della (28.2)

Dal triangolo delle velocità all'ingresso, (vedi FIGURA **28.3** del testo) si ottiene:

$$w_1^2 = c_1^2 + u_1^2 - 2 \cdot c_1 \cdot u_1 \cdot \cos\alpha_1$$

ossia, in altra forma:

$$w_1^2 - c_1^2 - u_1^2 = -2 \cdot c_1 \cdot u_1 \cdot \cos\alpha_1 \qquad (1)$$

e in modo perfettamente analogo, dal triangolo delle velocità all'uscita:

$$w_2^2 = c_2^2 + u_2^2 - 2 \cdot c_2 \cdot u_2 \cdot \cos\alpha_2$$

o in altra forma:

$$w_2^2 - c_2^2 - u_2^2 = -2 \cdot c_2 \cdot u_2 \cdot \cos\alpha_2 \qquad (2)$$

Se adesso moltiplichiamo ambo i membri della (28.1) del testo per 2 :

$$2 \cdot l_i = c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2$$

l'equazione fondamentale diventa:

$$2 \cdot l_i = -\left(w_1^2 - c_1^2 - u_1^2\right) + \left(w_2^2 - c_2^2 - u_2^2\right)$$

e ricordando la (1) e (2):

$$2 \cdot l_i = 2 \cdot c_1 \cdot u_1 \cdot \cos\alpha_1 - 2 \cdot c_2 \cdot u_2 \cdot \cos\alpha_2 \quad .$$

Dividendo entrambi i membri per 2, si perviene a un'altra espressione del lavoro interno:

$$\boxed{l_i = \left(c_1 \cdot u_1 \cdot \cos\alpha_1 - c_2 \cdot u_2 \cdot \cos\alpha_2\right)} \qquad (3)$$

che corrisponde alla (28.2) del testo.