Capitolo 12

Il dimensionamento della dentatura è rivolto alla determinazione del **modulo**.

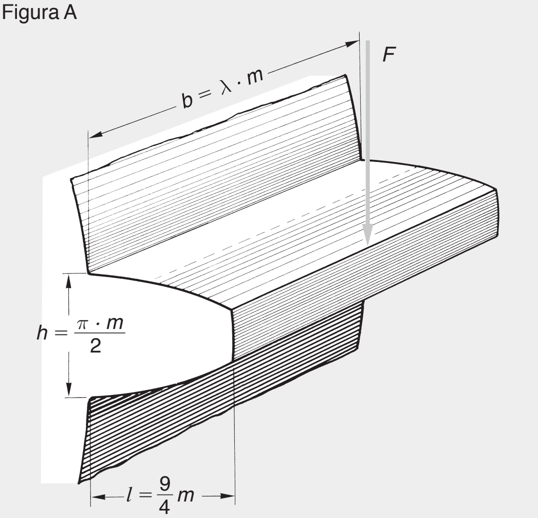
Il sistema di calcolo più comunemente usato in passato, ma ormai obsoleto, è il **metodo di Reuleaux**, basato sull'ipotesi che il dente sia sollecitato a flessione. Calcolato il valore

$$M_1 = 9549{,}3 \cdot \frac{P}{n_1}$$

si ottiene:

$$F = \frac{M_1}{r_{p1}}$$

Figura A



Se la coppia di denti in presa è una sola, si ha il proporzionamento indicato in figura A, con λ compreso tra 9 e 16. Si ottiene:

$$m = \sqrt[3]{\frac{10{,}9}{\lambda}} \cdot \sqrt[3]{\frac{M_1}{\sigma_{am} \cdot z_1}}$$

o, ponendo $\lambda = 11$ e approssimando:

$$m = \sqrt[3]{\frac{M_1}{\sigma_{am} \cdot z_1}}$$

In realtà M_1 andrebbe moltiplicato per un certo fattore di servizio tabellato nei manuali. Ci si può riferire anche alla ruota condotta, in quanto il rapporto tra momento e numero dei denti è lo stesso. Il carico di sicurezza, se la velocità è maggiore di 1 m/s, deve essere ridotto per tenere conto delle sollecitazioni dinamiche. Il carico di sicurezza viene ridotto a σ_{amd} moltiplicando per

$$f_v = \frac{A}{A + v}$$

dove A è un opportuno coefficiente numerico, oppure

$$f_v = \frac{1}{\sqrt{v}}$$

Alcuni manuali riportano la formula $f_v = 0{,}85 - 0{,}02 \cdot v$. Non essendo noto il diametro primitivo, si procede per approssimazioni successive. Anche il numero dei denti non è noto e deve essere tenuto basso per avvicinarsi al numero minimo, ma un numero maggiore assicura un arco d'azione maggiore e un rendimento più alto.

In definitiva si ha che

$$m = \sqrt[3]{\frac{10{,}9}{\lambda}} \cdot \sqrt[3]{\frac{M}{\sigma_{amd} \cdot z}}$$

I valori di m sono normalizzati secondo la tabella UNI 6586-69.

Il **metodo di Lewis** considera due denti nell'istante prossimo al distacco. La situazione è sicuramente più gravosa (figura B).

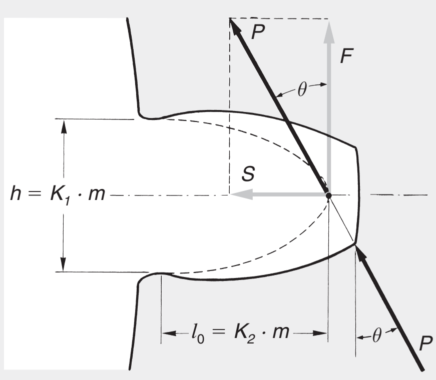


Figura B

Ipotizzando il dente di forma parabolica e riducendo la sollecitazione a semplice flessione, si ottiene:

$$m = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot M}{\lambda \cdot \sigma_{amd} \cdot y \cdot z}}$$

dove y è un coefficiente funzione di K_1 e K_2. Per $\theta = 20°$:

$$y = 0{,}48 - \frac{2{,}87}{z}$$

Il metodo fornisce valori di m minori del metodo precedente, in quanto le due formule coincidono per $y \simeq 0{,}18$, ma y ha un valore sempre maggiore. Se si introduce il coefficiente G, **coefficiente di Lewis**, espresso da

$$G = \sqrt[3]{\frac{2}{z \cdot y}}$$

la relazione relativa a m diventa:

$$m = G \cdot \sqrt[3]{\frac{M}{\lambda \cdot \sigma_{amd}}}$$

I valori di y e G (che dipende dall'angolo di pressione e dal numero di denti) sono riportati in tabelle.

Una volta calcolato il valore del modulo, si procede alla **verifica a usura**. Per un angolo di pressione di 20°, la pressione di contatto tra due denti è:

$$p = K \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot M_1}{b \cdot d_{p1}^2} \cdot \left(1 \quad \frac{1}{u}\right)}$$

Fissato il valore dell'angolo di pressione, K è un coefficiente non adimensionale che varia in base al materiale. Affinché l'usura non riduca l'efficacia del contatto, deve essere:

$$K \sqrt{\frac{2 \cdot M_1}{b \cdot d_{p1}^2}\left(1 + \frac{1}{u}\right)} \leq 25 \cdot \frac{H_B}{\sqrt[6]{n \cdot h}}$$

dove H_B è la durezza Brinell del materiale e h è un coefficiente che tiene conto del tipo di funzionamento (continuo, discontinuo o saltuario). Spesso si assume il secondo membro della formula precedente come $p_0 = 2{,}5\ H_B$.

Per il **progetto a usura**, si ha:

$$n \geq \sqrt[3]{\frac{K^2}{p_0^2} \cdot \frac{2 \cdot M_1}{\lambda \cdot z_1^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{u}\right)} \qquad \text{dove} \quad p_0 = 25 \cdot \frac{H_B}{\sqrt[6]{n \cdot h}}$$

La relazione si può scrivere anche come

$$m \geq C \cdot \sqrt[3]{\frac{M_1}{\lambda \cdot p_0^2}}$$

dove C dipende dal materiale, dall'angolo di pressione, da z_1 e da u.

Solitamente si esegue il progetto a usura per ruote con materiale non indurito con eventuale verifica a flessione, mentre si consiglia il progetto a flessione per ruote con denti induriti o di ghisa, con verifica a usura.

Per il **progetto mediante un manuale** per ruote con denti non induriti, si valuta m dalla formula

$$m \geq C \cdot \sqrt[3]{\frac{M_1}{\lambda \cdot p_{am}^2}}$$

dove i valori della pressione ammissibile e di λ sono consigliati nei vari casi. Per ruote con denti induriti si utilizza:

$$m \geq G \cdot \sqrt[3]{\frac{M_1}{f_v \cdot \sigma_{am} \cdot \lambda}}$$

dove

$$\sigma_{amd} = f_v \cdot \sigma_{am}$$

Le **ruote cilindriche a dentatura elicoidale**, o **ruote elicoidali**, hanno la dentatura costruita secondo generatrici aventi forma di eliche cilindriche con angolo di inclinazione dell'elica α. I principali vantaggi sono l'aumento dell'arco d'azione (e quindi la diminuzione del numero di denti minimo) e la silenziosità di funzionamento alle alte velocità. Esistono vari tipi di ruote a denti elicoidali. Se F è la forza scambiata dai denti che ingranano si ha: la forza utile

$$F_u = F \cdot \cos \alpha$$

e la forza assiale

$$F_a = F \cdot \text{sen} \cdot \alpha = F_u \cdot \text{tg}\ \alpha$$

Se α aumenta si riduce la F_u, ma alle alte velocità si ha una migliore continuità e silenziosità di trasmissione; in pratica $\alpha = 10° \div 45°$. Se α elevato, la forza assiale è piuttosto alta e conviene quindi utilizzare ruote a doppio elicoide, dove la forza assiale si compensa (figura C).

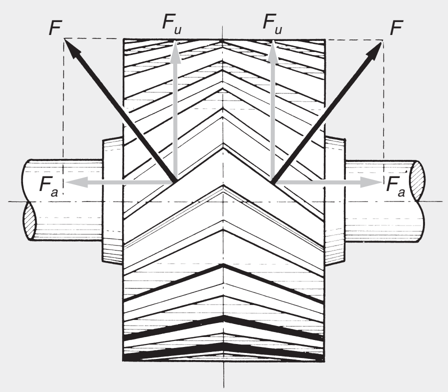
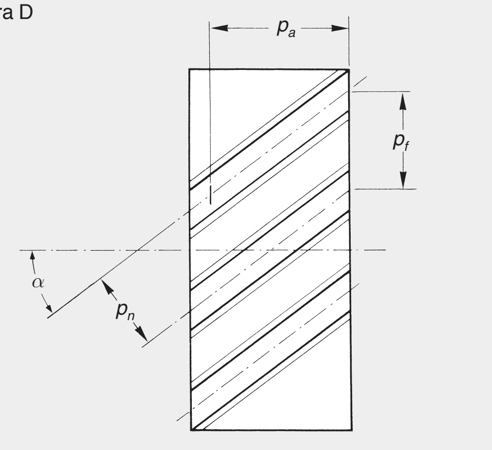


Figura C

In una ruota a denti elicoidali si hanno il **passo normale**, il **passo frontale**, il **passo assiale** e il **passo di avvolgimento** (passo dell'elica costituente la generatrice del dente). Si possono quindi definire i moduli frontale, normale e assiale:

$$m_f = \frac{m_n}{\cos \alpha} \qquad m_a = \frac{m_f}{\text{tg}\ \alpha}$$

Figura D



La figura D mostra passi e moduli di una ruota a dentatura elicoidale.

Con il **metodo di Lewis** la formula risolutiva è la stessa, ossia:

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot M}{\lambda \cdot \sigma_{amd} \cdot y \cdot z}}$$

in cui al modulo si sostituisce il modulo normale, e in cui per ricavare y si deve utilizzare il numero di denti ideale:

$$z_{id} = \frac{z}{\cos^3 \alpha}$$

La **verifica a usura** si esegue allo stesso modo, solo che la formula risolutiva presente un diverso valore del coefficiente numerico (1,6) e un termine $\cos^2 \alpha$ sotto radice. I manuali consigliano di ricavare il modulo normale con le consuete formule, in cui si sostituisce a C o G un valore ottenuto da quello del caso di ruote cilindriche e funzione dell'angolo α.

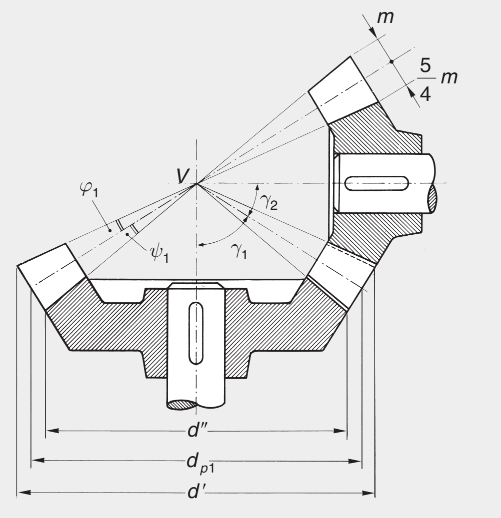
Per una ruota a denti elicoidali il numero minimo di denti è:

$$z_{\min} = z_{id\ \min} \cdot \cos^3 \alpha$$

quindi inferiore al numero minimo di denti della corrispondente ruota cilindrica.

Le **ruote dentate coniche** permettono la trasmissione del moto fra assi concorrenti. Le grandezze che caratterizzano queste ruote sono evidenziate nella figura E, dove φ e ψ sono detti rispettivamente **angolo di addendum** e **angolo di dedendum**. Nelle ruote coniche il dente non ha sezione costante, ma questa diminuisce andando verso la parte a diametro minore della ruota. Supponendo che la F sia applicata a metà della lunghezza di un dente, si definisce il **modulo medio** rispetto a questo punto.

Figura E



Il numero minimo di denti è:

$$z_{\min} = \frac{5}{2 \cdot (1 - \cos \theta)} \cdot \cos \gamma_1$$

Per il **metodo di Lewis** la formula è formalmente analoga a quella delle ruote a denti diritti, solo che al modulo si deve sostituire il modulo medio. Il coefficiente G (o y) si ricava dalle solite tabelle utilizzando però

$$z_{id} = \frac{z}{\cos \gamma}$$

La **verifica a usura** utilizza le stesse formule dove sotto radice compare il termine $\cos \gamma_1$. Durante la trasmissione del moto si hanno spinte assiali da contrastare con cuscinetti.

Il **rendimento delle ruote dentate** vale:

$$\eta = \frac{1}{1 + f \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right)}$$

o per ruote coniche

$$\eta = 1 - f \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2} + \frac{2 \cdot \cos \gamma}{z_1 \cdot z_2}}$$

Le ruote piccole si ricavano direttamente da un disco, quelle più grandi da una corona dentata collegata al mozzo con un numero di razze valutato con una formula empirica. Le razze si dimensionano a flessione.