Capitolo 8

Una trave soggetta a momento flettente costante, si deforma secondo un arco di cerchio con raggio

$$r = \frac{E \cdot I}{M_f}$$

e quindi il relativo angolo di flessione è:

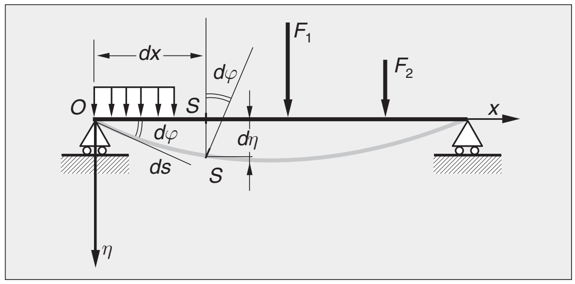
$$\varphi = \frac{M_f \cdot l}{E \cdot I}$$

Se il momento flettente non è costante, la trave si deforma come una curva in cui il valore di r precedente è il valore locale del raggio di curvatura. L'abbassamento f della struttura in seguito all'applicazione del carico è detto **freccia** d'inflessione; nelle travi a mensola il valore massimo è all'estremo libero, mentre nelle travi appoggiate è in posizione intermedia tra gli appoggi.

L'**equazione differenziale della linea elastica** lega le sollecitazioni esterne alla conformazione assunta dalla trave in seguito alla deformazione (**linea elastica**) (figura). Si ottiene:

$$\frac{d\eta}{dx} = \varphi \qquad\qquad \frac{d^2\eta}{dx^2} = \frac{M_f}{E \cdot I}$$

La seconda è l'equazione cercata.



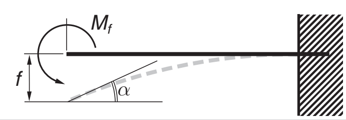
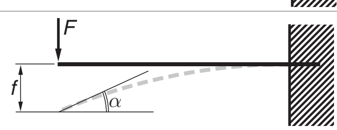
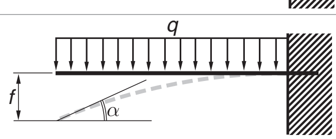
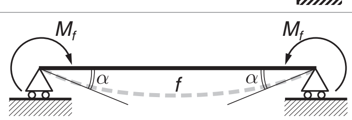
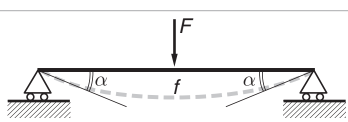
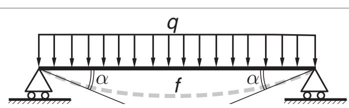
La tabella riporta le espressioni delle frecce e degli angoli di rotazione per alcune configurazioni tipiche.

I risultati per le **travi appoggiate** nelle condizioni di carico più semplici si ricavano considerando la trave come un complesso di due mensole alle quali si possono applicare le formule per le travi a mensola.

Per altri casi di carico si può utilizzare il principio di **sovrapposizione degli effetti**; per esempio per travi incastrate con carico concentrato in mezzeria o con carico uniformemente ripartito su metà della trave.

In tutti i casi lo **sforzo di taglio** ha un'influenza molto bassa rispetto all'effetto della flessione; per esempio per travi a mensola snelle l'effetto del taglio è inferiore all'1% dell'effetto della flessione. Questo permette di utilizzare le formule ricavate senza commettere errori.

Quadro sinottico delle formule per il calcolo delle frecce e degli angoli di rotazione

Condizione di carico	Freccia (f)	Angolo (α)
	$f = \frac{M_f \cdot l^2}{2 \cdot E \cdot I}$	$\alpha = \frac{M_f \cdot l}{E \cdot I}$
	$f = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I}$	$\alpha = \frac{F \cdot l^2}{2 \cdot E \cdot I}$
	$f = \frac{q \cdot l^4}{8 \cdot E \cdot I}$	$\alpha = \frac{q \cdot l^3}{6 \cdot E \cdot I}$
	$f = \frac{M_f \cdot l^2}{8 \cdot E \cdot I}$	$\alpha = \frac{M_f \cdot l}{2 \cdot E \cdot I}$
	$f = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$	$\alpha = \frac{F \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot I}$
	$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I}$	$\alpha = \frac{q \cdot l^3}{24 \cdot E \cdot I}$