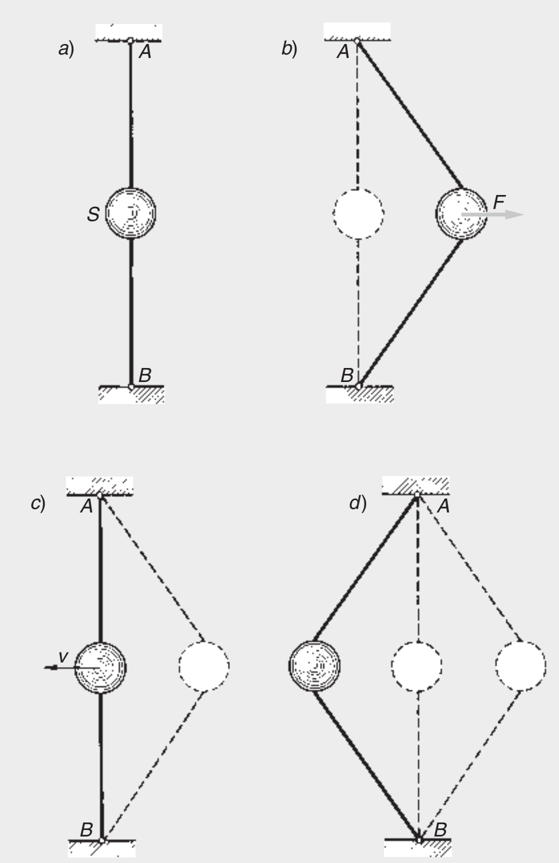
Capitolo 11

Le anomalie di funzionamento, derivanti dall'elasticità dei materiali utilizzati nella costruzione e dalla conformazione geometrica dell'albero e degli organi calettati su di esso, sono note come **oscillazioni** e **vibrazioni**. Le oscillazioni si dividono in:

- **flessionali**, che derivano dalla non perfetta coassialità delle masse elementari che costituiscono il corpo rotante;
- **torsionali**, originate da variazioni periodiche dei momenti torcenti trasmessi dall'albero.

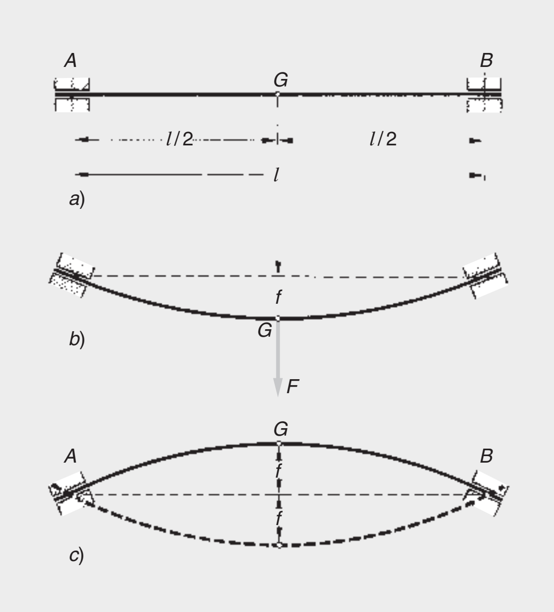
Per meglio interpretare il fenomeno delle **oscillazioni flessionali**, consideriamo una sferetta, di massa m, collegata a due punti fissi A e B mediante un elemento elastico (figura A).

Figura A



Se viene modificata la posizione di equilibrio, la reazione elastica del materiale si oppone allo spostamento e la massa accumula in sé una certa quantità di energia potenziale pari al lavoro di deformazione prodotto dalla forza perturbatrice. La caratteristica particolare è il fatto che le oscillazioni elastiche derivanti da una causa perturbatrice esterna hanno le caratteristiche di un moto armonico.

Figura B



Analizziamo ora le **oscillazioni elastiche libere** di una barretta metallica vincolata ai due estremi (figura B).

Il valore della **pulsazione** dell'oscillazione ω_e *è* definita da:

$$\omega_e = \sqrt{\frac{C}{m}}$$

dove $C = F/f$ è la rigidezza della barretta.

Il valore della pulsazione ci permette di ricavare il valore del periodo T:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}}$$

da cui si deduce che il periodo T:

- è indipendente dall'entità della forza perturbatrice F;
- dipende dalle caratteristiche geometriche della barretta, cioè lunghezza l e dimensioni della sezione espresse dal momento d'inerzia I;
- dipende delle caratteristiche del materiale, e precisamente dalla massa m, funzione della densità, e dal modulo di elasticità E;
- dipende dalle condizioni di vincolo della struttura.

Nel caso di un **albero con massa eccentrica** (figura C), cioè con il baricentro che non cade sull'asse dell'albero, si hanno delle oscillazioni a causa della forza centrifuga che si sviluppa, in particolare quando la sua velocità di rotazione assume un preciso valore,

Figura C

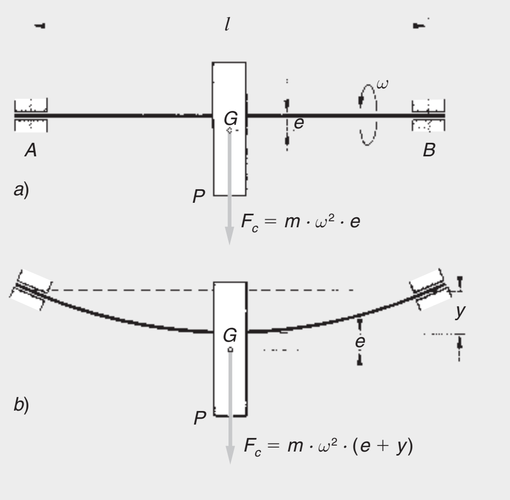
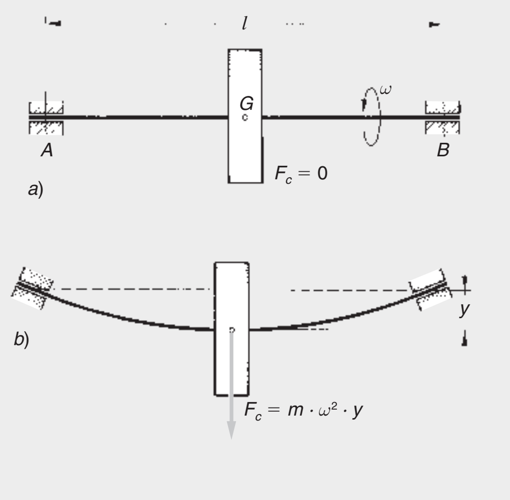


Figura D



detto **velocità critica**, in corrispondenza del quale la freccia assume un valore infinito per qualunque valore dell'eccentricità.

Quando si verifica la condizione $\omega = \omega_e$ si dice che l'albero rotante è in **condizioni di risonanza**, condizione da evitare, poiché condurrebbe rapidamente al collasso della struttura. In altre parole, per un corretto funzionamento, il regime di rotazione normale ω dell'albero deve essere in ogni caso ben lontano dal valore ω_e. Quando ciò non avviene e il regime di rotazione ω coincide con la pulsazione delle oscillazione libere ω_e, si dice che l'albero ruota alla **velocità critica**:

$$\omega_{cr} = \sqrt{\frac{C}{m}}$$

Nel caso di una massa calettata su un **albero senza eccentricità iniziale** (figura D), quindi in modo che il baricentro G della massa cada sull'asse geometrico dell'albero, la configurazione rettilinea è assicurata (anche in presenza di eventuali cause perturbatrici temporanee) quando il regime di rotazione dell'albero è inferiore alla velocità critica espressa dalla precedente formula.

In condizione di risonanza la resistenza del materiale è utilizzata per equilibrare la forza centrifuga e quindi l'albero non può resistere ad altre forze esterne. Il valore della freccia può essere qualunque e l'albero può disporsi in altre configurazioni in base alle sue possibilità di deformazione; queste condizioni sono di equilibrio instabile, che può portare a rottura improvvisa. Per un albero con massa calettata in mezzeria risulta:

$$n_{cr} = \frac{60}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{48 \cdot E \cdot I}{m \cdot l^3}}$$

La **formula di Dunkerley**:

$$\omega_{cr} = \sqrt{\frac{C}{m}} = \sqrt{\frac{P}{f \cdot m}} = \sqrt{\frac{m \cdot g}{f \cdot m}} = \sqrt{\frac{g}{f}}$$

si riferisce al caso in cui siano calettate all'albero più masse e individua la prima velocità critica. Un albero con n masse calettate avrà n velocità critiche. Solitamente la prima velocità critica è quella significativa, perché compresa nel campo delle applicazioni più comuni. Le altre sono più elevate ed è raro che abbiano influenza sul funzionamento. Fanno eccezione le turbomacchine, dove l'elevato regime di rotazione rende necessario il calcolo anche delle velocità successive. Per il loro calcolo si utilizza il FEM (Metodo degli Elementi Finiti).