

## Capitolo 12

La presenza di momenti torcenti periodicamente variabili può dare luogo al fenomeno delle **oscillazioni torsionali** (figura A). Le condizioni di esercizio risultano notevolmente aggravate e pericolose quando la frequenza delle oscillazioni coincide con la frequenza delle oscillazioni elastiche libere: si verifica infatti il fenomeno della **risonanza**.

Conglobando in  $K$  tutti i termini che riguardano le caratteristiche dell'albero rotante

$$K = \frac{G \cdot I_p}{L}$$

si ha:

$$M_t = K \cdot (\theta_2 - \theta_1)$$

Ritenendo che le oscillazioni torsionali seguano le leggi del moto armonico si può scrivere:

$$\theta_1 = \theta_{1(\max)} \cdot \sin(\omega_e \cdot t)$$

$$\theta_2 = \theta_{2(\max)} \cdot \sin(\omega_e \cdot t)$$

$$M_t = M_{\max} \cdot \sin(\omega_e \cdot t)$$

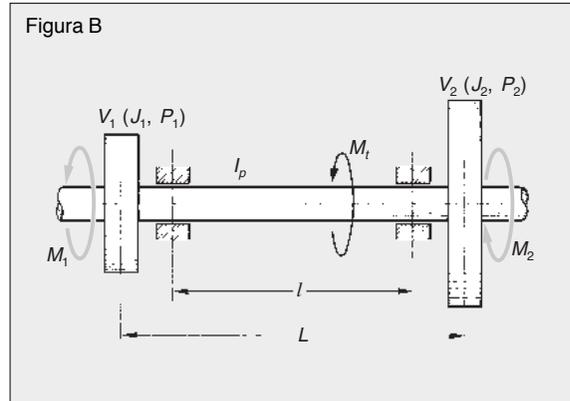
Sviluppando i calcoli e ricordando che la velocità è la derivata dello spazio rispetto al tempo e che l'accelerazione è la derivata della velocità rispetto al tempo, si ottiene:

$$\omega_e^2 = K \cdot \left( \frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)$$

La sezione dell'albero dove si annulla la deformazione angolare si chiama **nod** dell'oscillazione.

Supponendo che ai due volani (figura B) siano applicati due momenti esterni con variazione periodica che segue le leggi del moto armonico (con pulsazione  $\omega_0$ ), si può scrivere:

$$M_1 + M_t = J_1 \cdot \frac{d^2 \theta_1}{dt^2}$$



per il primo volano e

$$M_2 - M_t = J_2 \cdot \frac{d^2 \theta_2}{dt^2}$$

per il secondo. Ponendo  $\alpha = K/J_1$  e  $\beta = K/J_2$  e sviluppando i calcoli si ottiene:

$$M_{\max} = \frac{\alpha \cdot M_{1(\max)} - \beta \cdot M_{2(\max)}}{\omega_0^2 - \omega_e^2}$$

Se la pulsazione delle oscillazioni forzate coincide con la pulsazione delle oscillazioni torsionali libere, il momento, prescindendo dagli smorzamenti interni e dalle resistenze passive, tende all'infinito.

Se l'albero ha **tre masse concentrate** (figura C), distanti  $L_1$  e  $L_2$ , e le caratteristiche dei due tratti di albero possono essere conglobate in  $K_1$  e  $K_2$ , ponendo

$$\alpha_1 = \frac{K_1}{J_1} \quad \alpha_2 = \frac{K_2}{J_2}$$

$$\beta_1 = \frac{K_1}{J_2} \quad \beta_2 = \frac{K_2}{J_3}$$

$$\mu_1 = \alpha_1 + \beta_1 \quad \mu_2 = \alpha_2 + \beta_2 \quad \tau = \alpha_2 \cdot \beta_1$$

si ottengono due velocità critiche (figura D):

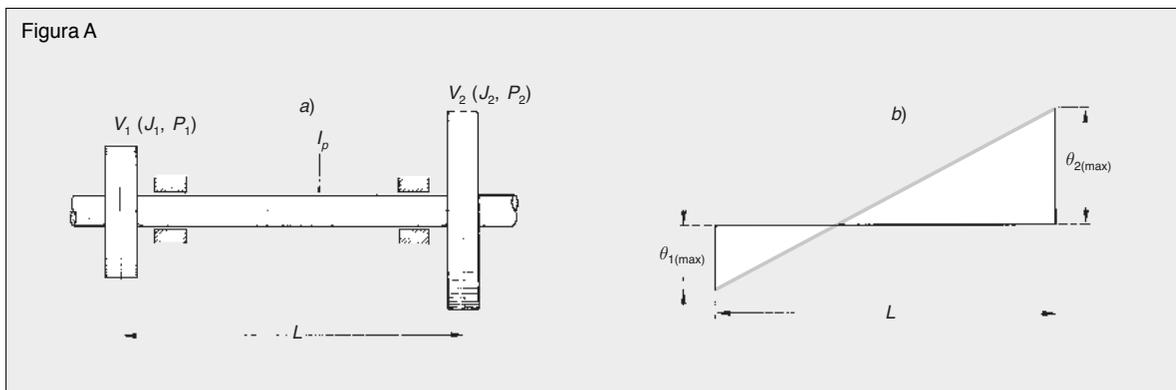


Figura C

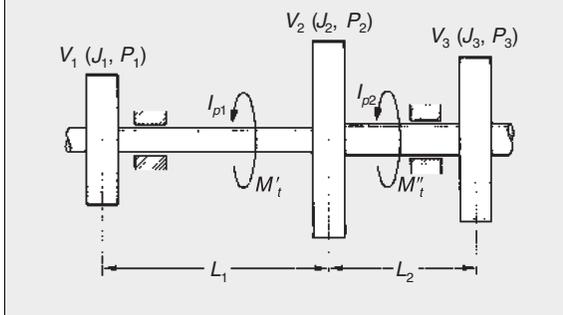
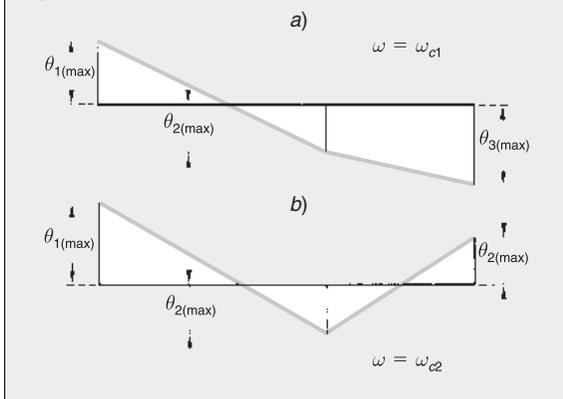


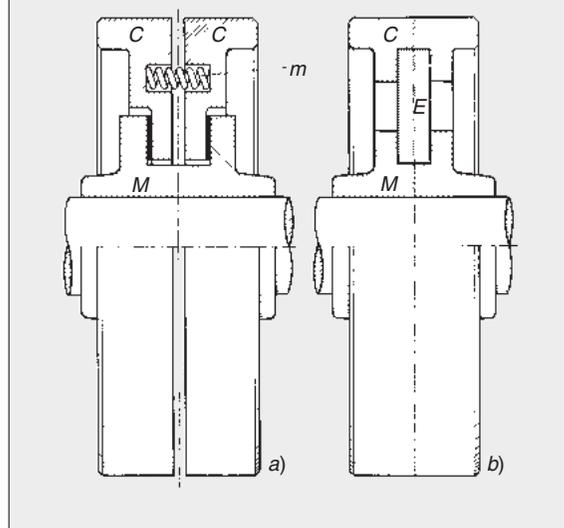
Figura D



$$\left. \begin{matrix} \omega_{e1}^2 \\ \omega_{e2}^2 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \cdot (\mu_1 + \mu_2) \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\mu_1 - \mu_2)^2 + 4 \cdot \tau}$$

La progettazione degli alberi non si limita quindi alla determinazione del diametro da assegnare in base alle condizioni di resistenza e di indeformabilità, ma anche alla valutazioni delle velocità critiche perché queste non siano vicine alla velocità di rota-

Figura E



zione di esercizio. Spesso la prima velocità critica è inferiore alla velocità di esercizio, ma viene superata velocemente mentre l'albero raggiunge le condizioni di regime.

Per evitare che la velocità di esercizio sia vicina a quelle critiche, si può variare il diametro dell'albero, la distanza delle masse o il valore delle masse stesse (che devono comprendere tutti gli organi attaccati all'albero, mediante metodi di riduzione).

Nel caso che questo non sia possibile, si possono utilizzare **smorzatori di oscillazioni** (figura E), costituiti da un mozzo che viene fissato all'albero e da una corona, collegata elasticamente al mozzo mediante molle o un materiale elastico, che sviluppa un effetto smorzante per le oscillazioni torsionali.