ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO 2006
Indirizzo Scientifico Tecnologico Progetto Brocca

Trascrizione del testo e redazione delle soluzioni di Paolo Cavallo.

La prova

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica e delle cifre significative nella presentazione dei risultati numerici.

Primo tema

L'effetto fotoelettrico, che presenta oggi tante applicazioni tecnologiche, si basa su una fondamentale interpretazione teorica che ha contribuito in modo essenziale allo sviluppo della fisica contemporanea.

Il candidato risponda ai seguenti quesiti e, dove è necessario effettuare calcoli, descriva i passaggi intermedi e commenti le conclusioni.

1. Relazionare sulla spiegazione teorica dell'effetto fotoelettrico proposta da Albert Einstein, confrontandola con i falliti tentativi d'interpretazione basati sulla fisica classica.
2. Dopo avere scritto e commentato le leggi che governano l'effetto fotoelettrico, proporre un esempio pratico descrivendo un'applicazione tecnologica e spiegandone il funzionamento.
3. Calcolare la lunghezza d'onda corrispondente alla frequenza di soglia per l'estrazione di fotoelettroni dal potassio, sapendo che il suo lavoro di estrazione è 2,21 eV.
4. Calcolare, in J e in eV, la massima energia cinetica e la corrispondente quantità di moto degli elettroni estratti da una superficie ricoperta di potassio irradiata con raggi ultravioletti di lunghezza d'onda $\lambda = 248{,}2\,\mathrm{nm}$ e calcolare la corrispondente lunghezza d'onda di de Broglie.

Si ricordano i seguenti valori approssimati:
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$; $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$; $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$; $c = 3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}$

Secondo tema

L'effetto Joule ha tantissime applicazioni pratiche, anche all'interno delle nostre case. Il candidato risponda ai seguenti quesiti e, dove è necessario effettuare calcoli, descriva i passaggi intermedi e commenti le conclusioni.

1. Descrivere e spiegare l'effetto Joule con una breve relazione scientifica.

2. Spiegare perché la resistenza di un conduttore aumenta con l'aumento della temperatura. Cosa succede, invece, nel caso di un semiconduttore?

3. Rappresentare graficamente e commentare l'andamento dell'intensità di corrente nel filamento di una lampada, in funzione del tempo, da quando è freddo a quando è diventato incandescente (si supponga costante la ddp applicata al filamento).

4. Spiegare il significato dell'espressione "corto circuito" che si sente qualche volta come causa d'incendio in un appartamento.

5. Spiegare il concetto di "potenza elettrica" e ricavare le formule che permettono di calcolare sia l'energia e sia la potenza in corrente continua e alternata. Ricavare anche le rispettive unità di misura come grandezze derivate del Sistema SI.

6. Uno scaldabagno elettrico, con una potenza di 1,2 kW, contiene 80 litri d'acqua alla temperatura di 18 °C. Ammettendo che vi sia una dispersione di energia del 5%, calcolare:

   (a) l'intensità di corrente che attraversa la resistenza, sapendo che la tensione di rete è 220 V;

   (b) quanto tempo è necessario, approssimando al minuto, perché il termostato interrompa l'alimentazione elettrica sapendo che esso è predisposto per interromperla quando l'acqua ha raggiunto la temperatura di 40 °C;

   (c) la spesa da sostenere per portare l'acqua da 18 °C a 40 °C, sapendo che il costo del servizio è di 0,13 Euro/kWh;

   (d) la spesa sostenuta inutilmente a causa della dispersione di energia nello scaldabagno.

La soluzione

Primo tema

La spiegazione dell'effetto fotoelettrico

Nel redigere le risposte per questo quesito e i seguenti, abbiamo ripreso il testo della discussione delle prove d'esame relative agli anni 1997 e 2000.

L'effetto fotoelettrico può essere messo in evidenza utilizzando un opportuno tubo a vuoto con due elettrodi connessi a una pila che mantiene fra essi una differenza di potenziale assegnata. Poiché i due elettrodi sono isolati, nel circuito così costituito non passa alcuna corrente (fatto salvo il brevissimo transitorio per la carica delle capacità parassite presenti nel circuito). Ma se il catodo (l'elettrodo connesso al polo negativo della pila) è costituito da una piastrina metallica, è possibile far passare una corrente nel circuito illuminando il catodo con una sorgente di radiazione elettromagnetica, visibile o ultravioletta. Finché la lunghezza d'onda della radiazione impiegata è *superiore* a un certo valore λ_0, detto lunghezza d'onda di soglia, nel circuito non si osserva alcuna corrente, qualunque sia l'intensità della sorgente impiegata. La corrente passa soltanto se la radiazione ha una lunghezza d'onda uguale o inferiore a λ_0.

Einstein propose un modello, basato sull'ipotesi che la luce abbia natura corpuscolare e sia costituita da particelle che oggi chiamiamo fotoni. Quando un fotone colpisce un elettrone nel metallo che costituisce il catodo, gli cede la propria energia hf, con f pari alla frequenza della luce incidente. Se la frequenza del fotone è troppo bassa (ovvero, se la lunghezza d'onda è troppo alta), l'energia ceduta all'elettrone è inferiore alla *funzione lavoro* W che misura l'energia necessaria ad estrarre un elettrone, e l'elettrone resta confinato nel metallo: qui, negli urti con il reticolo cristallino, perde immediatamente l'energia acquistata. Se invece f è uguale o superiore a una frequenza di soglia f_0 (ovvero, se λ è uguale o inferiore a $\lambda_0 = c/f_0$) l'elettrone acquista un'energia almeno sufficiente a lasciare il metallo e a muoversi nel campo elettrico esterno stabilito dalla pila. La condizione che determina λ_0 è allora semplicemente:

$$W = \frac{h\,c}{\lambda_0}. \tag{1}$$

L'effetto fotoelettrico dal punto di vista dell'elettromagnetismo classico

Dal punto di vista dell'elettromagnetismo classico, l'effetto fotoelettrico è sconcertante. Se nel circuito si stabilisce una corrente, possiamo ipotizzare che il catodo illuminato emetta elettroni, in maniera simile a quello che avviene nell'effetto termoionico. L'energia necessaria ad abbandonare il catodo, indicata dalla funzione lavoro W, deve evidentemente essere fornita agli elettroni dalla radiazione incidente. Ma secondo l'elettromagnetismo classico l'energia della radiazione non dipende dalla lunghezza d'onda. Per la precisione, la densità di energia elettromagnetica in una zona dello spazio in cui è presente un campo elettrico sinusoidale è direttamente proporzionale al quadrato del valore massimo del campo. In questa relazione non compaiono né la frequenza né la lunghezza d'onda dell'onda elettromagnetica in questione.

In altri termini, con una sorgente di radiazione abbastanza intensa e quindi in grado di generare un campo elettrico con un valore massimo sufficientemente intenso, si dovrebbe osservare un passaggio di corrente per qualunque valore della lunghezza d'onda. L'esistenza di un effetto di soglia resta classicamente inspiegabile.

Le leggi dell'effetto fotoelettrico

Per il principio di conservazione dell'energia, l'energia che l'elettrone possiede appena al di fuori del catodo deve essere uguale all'energia ceduta dal fotone, diminuita dell'energia W necessaria ad abbandonare il metallo e, eventualmente, dell'ulteriore energia persa per collisioni con gli atomi del metallo. L'energia che un elettrone possiede dopo essere sfuggito al metallo è quindi al più uguale a:

$$E_e = E_f - W \tag{2}$$

dove E_f è l'energia del fotone incidente, mentre E_e è l'energia cinetica dell'elettrone estratto dal metallo.

Non appena l'elettrone è emesso dal catodo, esso viene accelerato dal campo elettrico imposto dalla pila fra gli elettrodi. Se la polarità del campo viene invertita, in modo che il catodo sia connesso al polo *positivo* della pila, la corrente nel circuito non va necessariamente a zero (*corrente inversa*), perché l'energia cinetica E_e può essere sufficiente a permettere all'elettrone di raggiungere l'elettrodo opposto. L'elettrone *risale* la ddp ΔV grazie all'energia cinetica che possiede, e in questo modo tale energia cinetica si trasforma nell'energia potenziale $E_p = e \cdot \Delta V$. Se ΔV è abbastanza grande, l'energia cinetica dell'elettrone non è sufficiente a permettergli di raggiungere l'elettrodo opposto e la corrente nel circuito va a zero: la ddp ΔV_{arr} necessaria ad ottenere questo risultato è nota come *potenziale di arresto*.

Un'applicazione dell'effetto fotoelettrico

L'effetto fotoelettrico è sfruttato in diversi dispositivi, fra cui le *cellule fotoelettriche* impiegate come interruttori sensibili alla luce nei circuiti che regolano l'apertura di cancelli automatici o l'attivazione di sistemi di allarme. Quando la radiazione che illumina il catodo viene intercettata da un oggetto di passaggio, la corrente nel circuito si interrompe. La variazione di corrente può essere utilizzata come segnale che attiva il servomeccanismo di apertura di un cancello.

La lunghezza d'onda di soglia

Poiché $1\,\mathrm{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$, il lavoro di estrazione del potassio risulta:

$$W = 2{,}21\,\mathrm{eV} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{eV}} = 3{,}5 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}. \tag{3}$$

Dall'equazione (1) si ricava, nel caso in esame:

$$\lambda_0 = \frac{h\,c}{W} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}{3{,}5 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}} = 5{,}7 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}. \tag{4}$$

Le proprietà dei fotoelettroni

I fotoni della luce ultravioletta incidente hanno una frequenza:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2{,}998 \cdot 10^{8}\mathrm{m/s}}{248{,}2\,\mathrm{nm}} = 1{,}208 \cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}. \tag{5}$$

(In questo calcolo si è usato per c il valore più preciso $2{,}998 \cdot 10^8$m/s. Dato che questo valore è ben noto, mentre ottenere la lunghezza d'onda della luce incidente con quattro cifre significative dovrebbe aver richiesto un impegno sperimentale non indifferente, sarebbe poco sensato arrivare a un risultato della frequenza *con una sola cifra significativa*, come dovremmo fare se utilizzassimo il valore fornito dal testo.)

L'energia dei singoli fotoni è pertanto

$$E_f = h \cdot f = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s} \cdot 1{,}208 \cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz} = 8{,}0 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}. \tag{6}$$

(Anche qui si sarebbe potuto ricorrere a un valore più preciso di h, facilmente disponibile anche con sette cifre significative.)

Dalla (2) otteniamo per l'energia cinetica dei fotoelettroni:

$$K = E_f - W = 8{,}0 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} - 3{,}5 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} = 4{,}5 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} = 2{,}8\,\mathrm{eV}. \tag{7}$$

L'energia K è molto inferiore all'energia di riposo di un elettrone, che vale $E_r = m_e \cdot c^2 = 8{,}2 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{J}$. Siamo dunque in regime non relativistico e possiamo ricavare la velocità degli elettroni con la formula newtoniana:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = 9{,}9 \cdot 10^{5}\mathrm{m/s}. \tag{8}$$

La quantità di moto di un elettrone animato da tale velocità è, sempre secondo la meccanica newtoniana:

$$p = m_e \cdot v = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}9 \cdot 10^{5}\mathrm{m/s} = 9{,}0 \cdot 10^{-25}\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s}. \tag{9}$$

Secondo una nota ipotesi di de Broglie, da cui prese le mosse la meccanica quantistica moderna, ad ogni particella materiale si deve associare un'onda di lunghezza d'onda inversamente proporzionale alla sua quantità di moto. In questo caso:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}}{9{,}0 \cdot 10^{-25}\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s}} = 0{,}73\,\mathrm{nm}. \tag{10}$$

Secondo tema

L'effetto Joule

L'effetto Joule è il fenomeno per il quale il passaggio di corrente all'interno di un conduttore determina un aumento di temperatura di quest'ultimo. L'aumento di temperatura dipende da vari fattori, fra cui la capacità termica del conduttore, la possibilità che esso ceda calore all'ambiente, l'intervallo di tempo preso in esame, e in particolar modo la differenza di potenziale ai capi del conduttore e la corrente stabilita su di esso.

Una pila, e in generale un generatore di tensione, forniscono energia ai portatori di carica che circolano in un conduttore. Possiamo immaginare che in una pila, a circuito aperto, esista ai due morsetti una certa quantità di carica statica non bilanciata, di segno opposto. Una distribuzione di cariche di questo tipo possiede evidentemente una energia potenziale elettrica, dato che è possibile accelerare i portatori di carica permettendo loro di raggiungere le cariche di segno opposto. Quando si chiude il circuito avviene appunto questo. I portatori di carica (in un conduttore metallico, ad esempio, si tratta di elettroni) si muovono lungo il circuito sotto l'azione del campo elettrico generato dalla distribuzione di cariche: così facendo trasformano energia potenziale in energia cinetica, la quale viene poi trasformata in energia interna del conduttore negli urti disordinati fra gli elettroni e il reticolo cristallino. Tale aumento di energia interna si manifesta attraverso un *aumento di temperatura* del conduttore stesso: per effetto della corrente che è presente in esso, il conduttore *si scalda*. Questa spiegazione dell'effetto Joule ricorre esclusivamente a concetti classici, ma resta in prima approssimazione molto utile.

La dipendenza della resistenza dalla temperatura

Gli stessi concetti classici a cui abbiamo fatto ricorso per illustrare l'effetto Joule posso essere invocati per tentare di spiegare il fatto sperimentale per cui, nei conduttori metallici, l'aumento di temperatura fa aumentare la resistività del materiale e di conseguenza la resistenza del conduttore. Si può dire, allora, che l'aumento di temperatura fa aumentare la velocità del moto di agitazione termica tanto dei nuclei atomici nel reticolo cristallino quanto degli elettroni di conduzione. Il primo processo, però, non può essere molto significativo, perché le velocità termiche dei nuclei sono comunque molto piccole in confronto a quelle degli elettroni incidenti, e una variazione delle prime non può portare a una variazione apprezzabile delle seconde.

Resta dunque il secondo processo. Se gli elettroni hanno velocità termiche maggiori, il tempo che intercorre fra un urto e l'altro diminuisce; dunque diminuisce il tempo durante il quale in campo elettrico esterno (applicato dalla pila) può accelerarli nel moto di conduzione, prima che un urto casuale riporti l'elettrone a condizioni in media uguali a quelle precedenti l'accelerazione. Questa è la spiegazione classica della dipendenza della resistenza dalla temperatura.

Va detto, però, che questa spiegazione comporta serie difficoltà. Molti esperimenti mostrano che gli elettroni di conduzione non variano apprezzabilmente la propria energia quando il conduttore viene scaldato: se l'aumento della resistività con la temperatura fosse davvero dovuto agli elettroni e fosse spiegabile secondo la fisica classica, il fenomeno non esisterebbe neppure.

Una spiegazione del fenomeno compatibile con il complesso delle osservazioni sperimentali viene data invece dalla teoria quantistica dei solidi. Si tratta però di un argomento molto avanzato, e non è verosimile che ci si aspetti che il candidato sia in grado di farvi ricorso.

Che il testo non richieda una spiegazione di carattere quantistico lo dimostra il diverso tenore della seconda parte della domanda. In essa non si chiede di "spiegare" il comportamento dei semiconduttori al variare della temperatura, ma soltanto di descriverlo. In effetti, i semiconduttori si comportano in maniera opposta a quella dei metalli: quando la temperatura aumenta, la resistività di un semiconduttore *diminuisce*. Il fenomeno è del tutto paradossale dal punto di vista classico, e può essere spiegato soltanto dalla teoria quantistica.

L'andamento della corrente all'aumentare della temperatura

In termini qualitativi, la variazione della corrente I al variare del tempo t nel filamento di una lampadina sottoposto a una differenza di potenziale costante può essere rappresentata come nella fig.(1), dove la differenza fra la curva ideale, corrispondente a una resistenza indipendente dalla temperatura, e la curva reale è stata opportunamente sottolineata. Al passare del tempo,

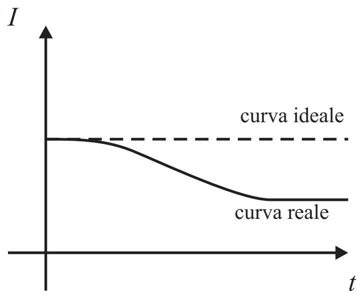

Figura 1: Relazione fra I e t

dapprima la temperatura del filamento aumenta e con essa diminuisce la corrente, secondo quanto previsto dalle legge di Ohm:

$$\Delta V = R \cdot I. \tag{11}$$

Se il filamento fosse isolato, la sua temperatura aumenterebbe costantemente, almeno fino a raggiungere la temperatura di fusione del materiale che lo costituisce. Ma il filamento perde energia per irraggiamento, e per questo motivo, raggiunta una particolare temperatura (che per una lampadina tradizionale è intorno ai 3000 K), si viene a creare una condizione di equilibrio dinamico: l'energia ulteriore che "entra" nel filamento come energia elettrica "fluisce" nell'ambiente come energia elettromagnetica. Restando costante l'energia, anche la temperatura del filamento, e di conseguenza la sua resistenza, non variano più, e la corrente si mantiene di qui in avanti costante.

Il corto circuito

Nella trattazione dei circuiti elettrici, l'espressione *corto circuito* indica il collegamento di due punti a potenziale differente mediante un conduttore di resistenza molto piccola. Per la legge di Ohm, questa situazione comporta una corrente di intensità molto elevata. Le considerazioni che precedono, e ancora meglio quelle che seguono, chiariscono che la presenza di una corrente elevata in un conduttore comporta che la temperatura di questo si alzi anche notevolmente. Se il conduttore è vicino a materiale infiammabile, la condizione di corto circuito può dare fuoco a questo materiale, comportando un principio di incendio.

La potenza elettrica

La grandezza fisica *potenza* è definita come il rapporto fra una variazione di energia (che può avere luogo perché un sistema guadagna o perde energia, o perché l'energia di un sistema passa da una forma ad un'altra) e l'intervallo di tempo in cui essa avviene:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}. \tag{12}$$

È facile notare come, qualora l'energia possa essere scritta come una funzione del tempo, la potenza non rappresenti altro che la derivata dell'energia rispetto al tempo. In ogni caso, la potenza rappresenta la *velocità* con cui varia l'energia di un sistema, o una delle sue forme.

Come abbiamo visto, in un circuito elettrico l'energia elettrica si trasforma continuamente in energia interna dei conduttori che si scaldano. Si può quindi parlare di *potenza elettrica*, indicando con questo termine la velocità con cui l'energia elettrica si trasforma in energia interna (o in altre forme di energia).

Ricordiamo che l'energia posseduta da un sistema di cariche può essere scritta come il prodotto di una di esse per il potenziale elettrico prodotto dalle altre:

$$E_{el} = q \cdot V. \tag{13}$$

Se la carica in esame passa da un punto a un altro, attraversando una ddp ΔV, la corrispondente variazione di energia elettrica è:

$$\Delta E_{el} = q \cdot \Delta V. \tag{14}$$

Sostituendo la (13) nella (12), si ottiene:

$$P = \frac{q \cdot \Delta V}{\Delta t} = \frac{q}{\Delta t} \cdot \Delta V = I \cdot \Delta V \tag{15}$$

dove abbiamo applicato la definizione di intensità di corrente come velocità di spostamento della carica:

$$I = \frac{q}{\Delta t}. \tag{16}$$

Si giunge così a un risultato molto utile: *la potenza elettrica in un conduttore percorso da corrente è uguale al prodotto dell'intensità di corrente per la differenza di potenziale ai capi del conduttore.* Sostituendo nella (15) a ogni grandezza le corrispondenti unità nel Sistema Internazionale, si osserva come l'equazione si traduca in una identità:

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{V} = \mathrm{A} \cdot \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{s}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W}. \tag{17}$$

La (15) si può anche scrivere, grazie alla legge di Ohm:

$$P = I \cdot R \cdot I = R \cdot I^2. \tag{18}$$

Questa relazione è utile per ricavare l'espressione della potenza nel caso di una corrente alternata di ampiezza massima I_0 e pulsazione ω. In tal caso la *potenza istantanea* sarà data dall'espressione:

$$P(t) = R \cdot \left[I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)\right]^2. \tag{19}$$

Integrando la potenza $P(t)$ su un periodo $2\pi/\omega$ e dividendo il risultato per il periodo stesso, si ottiene l'espressione della *potenza media*:

$$\overline{P} = R \cdot \frac{I_0^2}{2} = R \cdot \left(\frac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2 \tag{20}$$

dove il termine $I_0/\sqrt{2}$ prende il nome di *corrente efficace*.

Si ottengono allo stesso modo le relazioni in termini di differenza di potenziale:

$$P = \frac{\Delta V^2}{R} \tag{21}$$

e

$$\overline{P} = \frac{\left(\dfrac{\Delta V_0}{\sqrt{2}}\right)^2}{R} \tag{22}$$

dove $\Delta V_0/\sqrt{2}$ è la *tensione efficace*.

Lo scaldabagno elettrico

Dalle relazioni precedenti si ricava che, per una potenza *media* di 1,2 kW e una tensione *efficace* di 220 V, l'intensità di corrente *efficace* dev'essere pari a:

$$I_0 = \frac{\overline{P}}{\Delta V_0} = \frac{1{,}2\,\mathrm{kW}}{220\,\mathrm{V}} = 5{,}45\,\mathrm{A}. \tag{23}$$

Una quantità d'acqua pari a 80 L, ovvero con una massa di 80 kg, ha una capacità termica pari a:

$$C = 80\,\mathrm{kg} \cdot 4{,}18\ \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}} = 3{,}3\ \cdot 10^5\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}. \tag{24}$$

Per produrre una variazione di temperatura di $40\,°\mathrm{C} - 18\,°\mathrm{C} = 22\,°\mathrm{C} = 22\,\mathrm{K}$ è necessaria un'energia:

$$\Delta E = C \cdot \Delta T = 3{,}3\ \cdot 10^5\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \cdot 22\,\mathrm{K} = 7{,}3\,\mathrm{MJ}. \tag{25}$$

Dalla (12), e tendo conto che la potenza utile è pari al 95% di quella totale, si ricava un intervallo di tempo necessario pari a:

$$\Delta t = \frac{\Delta E}{P_{ut}} = \frac{7{,}3\,\mathrm{MJ}}{0{,}95 \cdot 1{,}2\,\mathrm{kW}} = 6{,}4\ \cdot 10^3\mathrm{s} \simeq 107\,\mathrm{min}. \tag{26}$$

Il termostato interromperà l'alimentazione dopo circa un'ora e quarantasette minuti.

Questo intervallo di tempo è pari a 1,78 h. L'energia consumata in kilowattora è pertanto semplicemente $1{,}2\,\mathrm{kW} \cdot 1{,}78\,\mathrm{h} = 2{,}1\,\mathrm{kWh}$. Dato il costo del servizio, ciò comporta una spesa di circa 27 centesimi.

Di tale spesa, il 5%, pari a poco più di un centesimo, è "inutile" o, meglio, è dovuta alle dispersioni di energia.