

**ESAME DI STATO
DI LICEO SCIENTIFICO
2002**

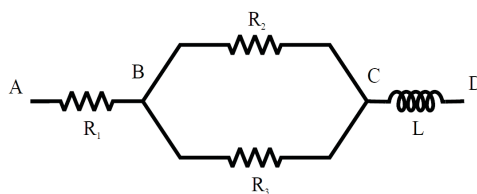
**Indirizzo Scientifico
Progetto Brocca**

La prova

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica.

Tema 2

Una parte di un circuito (in figura) è costituita da tre resistori ($R_1 = 100\,\Omega$, $R_2 = 200\,\Omega$, $R_3 = 300\,\Omega$) e da un solenoide posto in aria. Questo è lungo 5 cm, ha una sezione circolare di $16\,\text{cm}^2$ ed è formato da 1000 spire di resistenza trascurabile.



All'interno del solenoide si trova un piccolo ago magnetico che, quando non vi è passaggio di corrente, è perpendicolare all'asse del solenoide perché risente soltanto del campo magnetico terrestre ($B_t = 2 \cdot 10^{-5}\,\text{T}$).

Il candidato:

1. esponga le sue conoscenze riguardo al campo magnetico terrestre e all'uso della bussola magnetica;
2. spieghi il concetto di resistenza elettrica, descriva il tipo di collegamento dei tre resistori R_1 , R_2 e R_3 e ne calcoli la resistenza totale;

3. spieghi il concetto di induttanza e calcoli l'induttanza del solenoide, dopo aver dimostrato come si ricava la formula per il suo calcolo;
4. avendo osservato che l'ago magnetico ha subito una deviazione, con un angolo di 30° rispetto alla direzione originaria, calcoli, in μA , l'intensità della corrente che attraversa ognuna delle tre resistenze e il solenoide;
5. nelle stesse condizioni precedenti, calcoli il potenziale elettrico nei punti A, B e C, sapendo che il punto D è collegato a massa;
6. sapendo che tra A e D è mantenuta la differenza di potenziale già calcolata, ricavi l'angolo di deviazione dell'ago magnetico che si ottiene eliminando il resistore R_2 e interrompendo, perciò, quel tratto di circuito.

La soluzione

Tema 2

Il campo magnetico e la bussola

Com'è noto, il pianeta Terra presenta un campo magnetico, la cui presenza può essere messa in evidenza osservando il fatto che un ago magnetizzato, libero di ruotare in un piano orizzontale, si dispone spontaneamente lungo una direzione ben precisa. Il campo magnetico terrestre ha molte proprietà importanti dal punto di vista geofisico e astronomico, ma molte di queste proprietà sono più spesso l'oggetto del corso di Scienze della Terra che del corso di Fisica.

Per quanto ci interessa in questo contesto, diremo che in prima approssimazione le linee del campo magnetico terrestre posso essere considerate analoghe a quelle di un magnete rettilineo disposto come l'asse terrestre. Il polo nord dell'ago di una bussola ha questo nome proprio perché tende a disporsi lungo tali linee in modo da indicare la direzione del Polo Nord terrestre. In base a questo fatto, dobbiamo osservare che il Polo Nord magnetico della Terra è, dal punto di vista magnetico, un polo sud. Va anche ricordato che la posizione dei poli magnetici non coincide esattamente con quella dei poli geografici, e che è soggetta a deriva nel tempo, e a fenomeni, non ancora del tutto spiegati, di inversione brusca di polarità (l'aggettivo "brusca" va inteso, naturalmente, rispetto a una scala geologica dei tempi...).

La resistenza elettrica

Per *resistenza elettrica* di un conduttore si intende quella grandezza fisica che misura la tendenza del conduttore a opporsi al passaggio di una corrente elettrica al proprio interno. Il concetto di resistenza non è univocamente definito se non per quei conduttori, detti *ohmici*, per i quali vale una legge di dipendenza lineare fra la differenza di potenziale imposta ai capi e l'intensità della corrente elettrica che li attraversa. Si tratta della ben nota *prima legge di Ohm*:

$$\Delta V = Ri \quad (1)$$

dove R è appunto la resistenza del conduttore in esame, misurata in ohm.

La resistenza di un conduttore ohmico non è in generale una costante, ma dipende dalla temperatura del conduttore. Un dispositivo progettato in modo tale da fornire ai propri capi una resistenza ben definita entro margini di temperatura (e quindi regimi di corrente) abbastanza ampi è detto un *resistore*. La prima legge di Ohm e le leggi di Kirchhoff, valide in circuiti con componenti lineari, permettono di dimostrare le seguenti affermazioni:

- due o più resistori connessi in modo da essere attraversati dalla stessa corrente (connessi *in serie*) sono equivalenti a un resistore avente come resistenza la somma delle loro resistenze;

- due o più resistori connessi in modo da essere sottoposti alla stessa differenza di potenziale (connessi *in parallelo*) sono equivalenti a un resistore avente come resistenza l'inverso della somma degli inversi delle loro resistenze.

Nel circuito descritto nel testo, il resistore R_1 è connesso in serie alla connessione in parallelo dei resistori R_2 e R_3 . La resistenza totale offerta dai tre resistori è pertanto:

$$R_T = R_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = 100\Omega + \left(\frac{1}{200\Omega} + \frac{1}{300\Omega} \right)^{-1} = 220\Omega. \quad (2)$$

L'induttanza di un solenoide

In un qualunque dispositivo elettrico attraversato da una corrente assegnata, il flusso del campo magnetico concatenato è direttamente proporzionale all'intensità della corrente:

$$\Phi(\vec{B}) = Li \quad (3)$$

dove il coefficiente di proporzionalità L è detto coefficiente di autoinduzione o *induttanza* del dispositivo. Nel Sistema Internazionale, l'unità di misura dell'induttanza è l'henry (H).

In un solenoide di lunghezza l e sezione S , formato da N spire, attraversato da una corrente di intensità i , si stabilisce un campo magnetico uniforme, parallelo all'asse del solenoide, di intensità:

$$B = \mu_0 \frac{Ni}{l}. \quad (4)$$

Le linee di questo campo attraversano perpendicolarmente N volte la sezione del solenoide, generando un flusso:

$$\Phi = BSN = \mu_0 \frac{N^2 Si}{l} \quad (5)$$

e richiamando la (3) si ottiene:

$$L = \frac{\Phi}{i} = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}. \quad (6)$$

Nel caso in esame l'induttanza del solenoide risulta:

$$L = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \frac{1000^2 \cdot 16 \text{ cm}^2}{5 \text{ cm}} = 40 \text{ mH}. \quad (7)$$

Il calcolo dell'intensità della corrente

A circuito aperto, l'ago magnetico all'interno del solenoide si orienta lungo la direzione del campo magnetico terrestre \vec{B}_t , perpendicolare all'asse del solenoide. A circuito chiuso e in condizioni di corrente continua, nel solenoide si stabilisce un ulteriore campo magnetico, \vec{B}_s , parallelo all'asse del solenoide. L'ago magnetico si dispone quindi lungo il campo magnetico risultante $\vec{B}_R = \vec{B}_t + \vec{B}_s$.

Dalla trigonometria elementare è immediato ricavare che:

$$B_s = B_t \cdot \tan \alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T} \cdot \tan(30^\circ) = 1,15 \cdot 10^{-5} \text{ T}. \quad (8)$$

Ricordando la (4) possiamo ricavare l'intensità della corrente necessaria a produrre il campo \vec{B}_s :

$$i = \frac{B_s l}{\mu_0 N} = \frac{1,15 \cdot 10^{-5} \text{ T} \cdot 5 \text{ cm}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot 1000} = 458 \mu\text{A}. \quad (9)$$

La corrente i che attraversa il solenoide dev'essere uguale naturalmente a quella che attraversa il resistore R_1 . Nel parallelo formato da R_2 e R_3 , invece, la corrente si divide in maniera inversamente proporzionale alla resistenza, per cui le due correnti parziali risultano uguali rispettivamente a $275 \mu\text{A}$ e $183 \mu\text{A}$.

Il calcolo del potenziale elettrico

Poiché il punto D è collegato a massa, il suo potenziale è posto convenzionalmente a zero. Dato che la caduta di tensione ai capi dell'induttanza è trascurabile (com'è trascurabile la resistenza dell'induttanza stessa), anche il punto C è a potenziale zero. La differenza di potenziale fra A e C è uguale, per la legge di Ohm, alla resistenza totale R_T per l'intensità della corrente che attraversa i resistori:

$$\Delta V_{AC} = R_T i = 220\Omega \cdot 458\mu A = 101\text{ mV}. \quad (10)$$

Per quanto già detto sul potenziale di C, il potenziale in A risulta pertanto pari a 101 mV. Infine, sottraendo a questo potenziale la caduta di tensione su R_1 si ottiene il potenziale in B, $101\text{ mV} - 100\Omega \cdot 458\mu A = 55\text{ mV}$.

La deflessione dell'ago magnetico nel circuito modificato

Eliminando il resistore R_2 e interrompendo quel tratto di circuito, la resistenza totale del circuito risulta:

$$R'_T = R_1 + R_3 = 100\Omega + 300\Omega = 400\Omega. \quad (11)$$

La nuova intensità di corrente risulta pertanto:

$$i' = \frac{\Delta V_{AD}}{R'_T} = \frac{\Delta V_{AC}}{R'_T} = \frac{101\text{ mV}}{400\Omega} = 253\mu A. \quad (12)$$

Questa corrente genera nel solenoide un campo magnetico:

$$B'_s = \mu_0 \frac{N i'}{l} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot \frac{1000 \cdot 253\mu A}{5\text{ cm}} = 0,64 \cdot 10^{-5} \text{ T}. \quad (13)$$

Attraverso le stesse considerazioni trigonometriche già invocate si ottiene che il nuovo angolo di deflessione dell'ago magnetico è:

$$\alpha' = \arctan\left(\frac{B'_s}{B_t}\right) = \arctan\left(\frac{0,64 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-5}}\right) = 18^\circ. \quad (14)$$