ESAMI DI MATURITÀ
SCIENTIFICA SPERIMENTALE
1998
Corsi Brocca
a indirizzo Scientifico

La prova

Quesito 2

Il nucleo di un atomo di torio di massa 232,03714 *amu* (*atomic mass unit*, 1 *amu* $= 1{,}6606 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$) decade in un nucleo di radio di massa 228,02873 *amu* ed in una particella α di massa 4,00260 *amu*.

Determinare la massa che si trasforma in energia cinetica e – supposto in prima approssimazione che tutta l'energia cinetica sia acquisita dalla particella α – la velocità v con cui la particella α esce dalla disintegrazione.

Tale particella può considerarsi relativistica?

Quale deve essere l'intensità di un campo magnetico ortogonale alla velocità v perché la particella descriva una circonferenza di diametro 1 m supposto che la particella si muova nel vuoto?

[carica dell'elettrone $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$, velocità della luce $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}$]

La soluzione

Quesito 2

NOTA. Il testo originale parlava di un atomo di uranio che decade in un atomo di plutonio. Si trattava di un errore: poiché il plutonio ha numero atomico 94 e l'uranio 92, un decadimento α, che abbassa di due unità il numero atomico dell'elemento radioattivo che lo subisce, non può evidentemente trasformare un nucleo di uranio in uno di plutonio.

Il decadimento (ricordiamo che una particella α non è altro che un nucleo di elio)

$$ {}^{232}_{90}\mathrm{Th} \;\rightarrow\; {}^{228}_{88}\mathrm{Ra} \;+\; {}^{4}_{2}\mathrm{He} \tag{1} $$

comporta, come tutte le reazioni nucleari spontanee, un *difetto di massa* Δm per cui la massa totale dei prodotti risulta *minore* della massa del nucleo instabile presente all'inizio. Questo implica che il sistema possa liberare energia (sotto forma di energia cinetica dei prodotti) attraverso il decadimento, motivo per cui il decadimento stesso avviene appunto spontaneamente. L'energia liberata è legata al difetto di massa dalla relazione di Einstein:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2. \tag{2}$$

È importante sottolineare che anche in una reazione chimica, come la scomposizione di una molecola instabile in due o più prodotti, è presente un difetto di massa. In tal caso, però, esso è di un'entità così limitata da non essere misurabile sperimentalmente. Nelle reazioni nucleari, invece, le energie coinvolte sono molto più alte e il difetto di massa è apprezzabile.

Nel nostro caso il difetto di massa è:

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_{\mathrm{Th}} - (m_{\mathrm{Ra}} + m_{\mathrm{He}}) = \\ &= 232{,}03714\,amu - (228{,}02873\,amu + 4{,}00260\,amu) = \\ &= 0{,}00581\,amu = 9{,}65 \cdot 10^{-30}\,\mathrm{kg} \end{aligned} \tag{3}$$

per cui l'energia liberata è:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 9{,}65 \cdot 10^{-30}\,\mathrm{kg} \cdot \left(3{,}00 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}\right)^2 = 8{,}68 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J}. \tag{4}$$

Si tratta di un'energia molto elevata se paragonata a quella implicata da una reazione chimica. La ionizzazione di un atomo di idrogeno, ad esempio, richiede un'energia pari a circa $2 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}$, circa sei ordini di grandezza inferiore alla (4).

Il testo chiede di ipotizzare che tale energia si manifesti come energia cinetica della sola particella α. Questo naturalmente non può essere del tutto vero, perché ciò implicherebbe che il nucleo di radio sia fermo dopo il decadimento, violando così il principio di conservazione della quantità di moto. In effetti, una trattazione relativistica più accurata mostra che il nucleo di radio possiede un'energia di rinculo pari a circa il 2% dell'energia (4). In prima approssimazione, comunque, l'ipotesi proposta dal testo è pienamente accettabile.

L'energia di riposo della particella α vale $m_{\mathrm{He}} \cdot c^2 = 5{,}98 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J}$. Poiché tale energia è molto maggiore dell'energia cinetica acquistata dalla particella, essa non deve considerarsi relativistica. Siamo quindi autorizzati a determinare la sua velocità a partire dall'espressione non relativistica dell'energia cinetica:

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta E}{m_{\mathrm{He}}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}68 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J}}{6{,}65 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}} = 1{,}62 \cdot 10^7\,\mathrm{m/s}. \tag{5}$$

Tale velocità è pari a circa il 5% della velocità della luce, e ciò legittima a posteriori la nostra trattazione non relativistica. In effetti, la trattazione relativistica porta praticamente allo stesso valore, con una piccola differenza sulla terza cifra decimale.

Nella discussione del primo tema della prova d'Esame relativa all'anno 1996 abbiamo ricavato la relazione

$$qvB = m\frac{v^2}{r}$$

fra la forza di Lorentz e la forza centripeta su una particella di massa m, carica q e velocità $\vec{v}$ che descrive una traiettoria circolare di raggio r in una regione dove esiste un campo magnetico uniforme $\vec{B}$ perpendicolare a $\vec{v}$.

A partire da questa relazione possiamo ricavare l'intensità di $\vec{B}$ a partire dalle ipotesi del testo:

$$B = \frac{m \cdot v}{q \cdot r} = \frac{6{,}65 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 1{,}62 \cdot 10^7\,\mathrm{m/s}}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m}} = 673\,\mathrm{mT}. \tag{6}$$