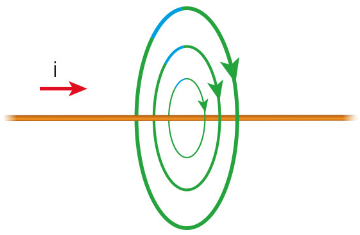
QUESITI

1 Quesito

La C. Su ciascuna coppia di lati opposti si crea una coppia di forze uguali e contrarie. La coppia che agisce sui lati paralleli all'asse di rotazione fa ruotare la spira fino a quando questa si dispone perpendicolarmente al campo $\vec{B}$.

2 Quesito

a.



b. $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{Tm/A}}{2\pi}\frac{2{,}9\,\text{A}}{0{,}13\,\text{m}} = 4{,}5\,\mu\text{T}.$

c. In entrambi i casi si tratta di superfici chiuse: per il teorema di Gauss, $\Phi(\vec{B}) = 0$.

PROBLEMI

3 PROBLEMA

a. Scegliamo un segmento del lato *BC*, così piccolo da considerare uniforme su di esso il campo generato da i_1. Questo campo genera una forza perpendicolare a *BC* e rivolta verso la parte alta della figura. Nel segmento *AB* si può allora individuare un segmento analogo al primo considerato, su cui la forza dovuta alla corrente i_1 ha la stessa direzione e lo stesso modulo della precedente, ma è rivolta in senso opposto. Visto che la spira è rigida (quindi non deformabile), queste due forze si sommano a zero. Lo stesso si può dire per le forze che il campo della corrente i_1 esercita su tutti i segmenti, analoghi ai primi due considerati, in cui possono essere suddivisi i lati *BC* e *DA*. E la stessa cosa vale per le forze esercitate dal campo magnetico dovuto a i_2. Quindi è zero la forza magnetica complessiva che agisce sui due lati orizzontali nella figura.

b. Nei punti del piano definito dai due fili, la direzione dei campi che essi generano è perpendicolare al piano stesso. Sul lato *AB* il campo $\vec{B}_{1,AB}$ generato dalla corrente i_1 è rivolto verso il basso, mentre l'altro campo $\vec{B}_{2,AB}$ punta verso l'alto.

Il modulo della loro somma, rivolta verso il basso, è

$$B_{AB} = B_{1,AB} - B_{2,AB} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_1}{d} - \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_2}{2d} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{1}{d}\left(i_1 - \frac{i_2}{2}\right) =$$

$$= \left(2\cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{T\cdot m}}{\mathrm{A}}\right)\left(\frac{1}{5{,}00\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}\right)\left(31{,}2\,\mathrm{A} - \frac{24{,}6\,\mathrm{A}}{2}\right) = 7{,}56\cdot 10^{-5}\,\mathrm{T} = 75{,}6\,\mu\mathrm{T}.$$

Sul segmento *CD* i campi dovuti ai due fili conservano i versi visti in precedenza, ma ora è più intenso quello verso l'alto e il suo modulo è

$$B_{CD} = B_{2,CD} - B_{1,CD} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_2}{d} - \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_1}{2d} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{1}{d}\left(i_2 - \frac{i_1}{2}\right) =$$

$$= \left(2\cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{T\cdot m}}{\mathrm{A}}\right)\left(\frac{1}{5{,}00\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}\right)\left(24{,}6\,\mathrm{A} - \frac{31{,}2\,\mathrm{A}}{2}\right) = 3{,}60\cdot 10^{-5}\,\mathrm{T} = 36{,}0\,\mu\mathrm{T}.$$

c. Con il campo magnetico rivolto verso il basso, per la regola della mano destra la forza magnetica $\vec{F}_{AB}$ sul lato *AB* punta verso la corrente i_1. Sul lato *CD* il campo magnetico è diretto verso l'alto e quindi la corrispondente forza magnetica $\vec{F}_{CD}$ e rivolta come $\vec{F}_{AB}$. Visto che la spira è rigida, i moduli delle due forze si sommano e la forza magnetica totale $\vec{F}$ ha modulo:

$$\vec{F} = F_{AB} + F_{CD} = B_{AB}\,i\cdot(4d) + B_{CD}\,i\cdot(4d) = 4di\left(B_{AB} + B_{CD}\right) =$$

$$= \left(0{,}200\,\mathrm{m}\right)\left(22{,}1\,\mathrm{A}\right)\left(7{,}56 + 3{,}60\right)\cdot 10^{-5}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A\cdot m}} = 4{,}93\cdot 10^{-4}\,\mathrm{N} = 0{,}493\,\mathrm{mN}.$$

d. Il momento della forza richiesto ha modulo

$$M = iSB\cos\left(90° - 51{,}5°\right) =$$

$$= \left(22{,}1\,\mathrm{A}\right)\left(5{,}00\cdot 20{,}0\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2\right)\left(6{,}15\cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A\cdot m}}\right)\cos\left(38{,}5°\right) = 1{,}06\cdot 10^{-3}\,\mathrm{N\cdot m}.$$

4 Problema

a. Per la conservazione dell'energia si ha

$$e\Delta V = \frac{1}{2}mv^2,$$

dove v è la velocità finale dei protoni. Si ottiene quindi

$$v = \sqrt{\frac{2e\Delta V_1}{m}} = \sqrt{\frac{2\left(1{,}602\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\right)\left(2647\,\mathrm{V}\right)}{1{,}673\cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}} = 7{,}120\cdot 10^5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

b. Il selettore di velocità è caratterizzato dalla relazione $v = E/B$, che nel caso in esame diventa

$$v = \frac{\Delta V_2}{d\,B_1}.$$

Quindi si ottiene

$$\Delta V_2 = vdB_1 = \left(7{,}120 \cdot 10^5 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\left(6{,}500 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}\right)\left(1{,}400 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{T}\right) = 64{,}79\ \mathrm{V}.$$

c. Il raggio della traiettoria richiesta è

$$r_1 = \frac{mv}{eB_2} = \frac{\left(1{,}673 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}\right)\left(7{,}120 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)}{\left(1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}\right)\left(5{,}200 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{T}\right)} = 0{,}1430\ \mathrm{m}.$$

d. Con i dati a disposizione possiamo calcolare le componenti

$$\begin{cases} v_\perp = v \operatorname{sen} 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(7{,}120 \cdot 10^5\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) = 6{,}166 \cdot 10^5\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ v_\parallel = v \cos 60° = \dfrac{1}{2}\left(7{,}120 \cdot 10^5\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) = 3{,}560 \cdot 10^5\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{cases}$$

Quindi il nuovo raggio della traiettoria elicoidale seguita dal protone è

$$r_2 = \frac{mv_\perp}{eB} = \frac{\left(1{,}673 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}\right)\left(6{,}166 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)}{\left(1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}\right)\left(5{,}200 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{T}\right)} = 0{,}1238\ \mathrm{m}.$$

Il periodo di rotazione è

$$T = \frac{2\pi m}{eB} = \frac{2\pi\left(1{,}673 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}\right)}{\left(1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}\right)\left(5{,}200 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{T}\right)} = 1{,}262 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{s}.$$

Di conseguenza, il passo dell'elica risulta

$$\Delta s = v_\parallel T = \left(3{,}560 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\left(1{,}262 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{s}\right) = 0{,}4493\ \mathrm{m}.$$

5 Problema

a. Il campo magnetico generato da un solenoide percorso da corrente è $B = \mu_0 \frac{N}{L} I$, quindi, conoscendo il valore del campo magnetico B e il numero di spire per unità di lunghezza $\frac{N}{L}$, possiamo ricavare l'intensità di corrente:

$$I = \frac{B}{\mu_0 \frac{N}{L}} = 900\ \mathrm{A}.$$

b. La potenza dissipata per effetto Joule è $P = RI^2$. Per calcolare la potenza dissipata calcoliamo per prima cosa il valore della resistenza del cavo di rame di lunghezza $L = 1$ m, sezione $A = 0,5 \cdot 10^{-4}$ m^2 e resistività $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m:

$$R = \rho \frac{L}{A} = 3,4 \cdot 10^{-4}\ \Omega.$$

Utilizzando il valore della corrente calcolato al punto precedente possiamo ricavare la potenza dissipata $P = 280$ W. Un normale cavo di rame non resisterebbe.

c. La forza agente sul filo è in direzione perpendicolare al piano su cui si trovano il campo magnetico e il filo, verso l'alto (determinato con la regola della mano destra) e il suo modulo per unità di lunghezza è

$$\frac{F}{L} = IB \operatorname{sen}\theta = \left(450 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A}\right)\left(11,7\ \mathrm{T}\right)\operatorname{sen}\left(40°\right) = 3,4\ \mathrm{N/m}.$$

d. Il flusso del campo magnetico attraverso una superficie chiusa è nullo, quindi entrambe le affermazioni sono corrette.

6 Problema

a. $$i = \frac{V}{R} = \frac{12\ \mathrm{V}}{5,2\ \Omega} = 2,3\ \mathrm{A}.$$

b. Le forze sono orizzontali, uguali e opposte con modulo
$F = i\,L\,B = (2,3\ \mathrm{A})\,(0,25\ \mathrm{m})\,(0,380\ \mathrm{T}) = 0,22\ \mathrm{N}$.
La forza è diretta verso l'alto e ha modulo
$F = i\,L\,B = (2,3\ \mathrm{A})\,(0,45\ \mathrm{m})\,(0,380\ \mathrm{T}) = 0,39\ \mathrm{N}$.

c. I lati verticali rimangono mantengono la stessa direzione ma si accorciano per effetto della forza F sulla sbarretta. La nuova configurazione di equilibrio si raggiunge quando la forza elastica F_{el} equilibra la forza F: indicando con x l'accorciamento di ciascuna molla si ha

$$2kx = F_{el} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{F_{el}}{2k} = \frac{0,39\ \mathrm{N}}{2\left(30\ \mathrm{N/m}\right)} = 1,3\ \mathrm{cm}.$$

In definitiva, la sbarretta si alza di 1,3 cm.

d. La forza tra due fili lunghi L, a distanza d e percorsi dalla stessa corrente i ma con verso opposto è repulsiva ed ha modulo

$$F_{fil} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i^2}{d}L,$$

mentre il modulo della forza su un filo lungo L e percorso da corrente i perpendicolare al campo magnetico esterno è
$F_m = i\,L\,B$.

Mediante calcolo diretto, per esempio nel caso delle due molle, si ha

$F_{el} = 5{,}9 \cdot 10^{-7}$ N e $F_m = 0{,}22$ N,

per cui si conclude che l'effetto di gran lunga dominante è quello dovuto al campo magnetico esterno.

In alternativa, si può valutare il rapporto

$$\frac{F_{fil}}{F_m} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{dB} = \left(2 \cdot 10^{-7}\ \text{Tm/A}\right)\frac{i}{dB}$$

e osservare che, nel caso in esame, $i/(dB)$ è dell'ordine delle decine, per cui il rapporto è molto piccolo.

PROBLEMI ESPERTI

7 Problema esperto

a. Con la bussola si controlla qual è la direzione Sud-Nord del punto in cui ci si trova. Poi il solenoide, disposto lungo tale direzione, deve essere inclinato verso il basso di un angolo

$$\alpha = \arctan\frac{B_\text{v}}{B_\text{o}} = \arctan\frac{42\ \mu\text{T}}{23\ \mu\text{T}} = 61°.$$

Un modo per ottenere questo angolo è di disegnare un triangolo rettangolo con un cateto orizzontale lungo 23 cm (o quadretti) e un cateto verticale lungo 42 cm (o quadretti). Poi si dispone l'asse del solenoide lungo l'ipotenusa del triangolo disegnato.

b. Il modulo del campo magnetico è

$$B_T = \sqrt{B_\text{o}^2 + B_\text{v}^2} = \sqrt{\left(23\ \mu\text{T}\right)^2 + \left(42\ \mu\text{T}\right)^2} = 48\ \mu\text{T}.$$

L'intensità di corrente a disposizione per l'esperimento è

$$i = \frac{\Delta V}{R} = \frac{12\ \text{V}}{100\ \Omega} = 0{,}12\ \text{A}.$$

c. Dalla formula $B_T = \mu_0 N i / L$ otteniamo

$$N = \frac{B_T L}{\mu_0 i} = \frac{\left(4{,}8 \cdot 10^{-5}\ \text{T}\right)\left(0{,}40\ \text{m}\right)}{\left(4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{T} \cdot \text{m/A}\right)\left(0{,}12\ \text{A}\right)} = 1{,}3 \cdot 10^2.$$

Quindi il solenoide deve contenere circa 130 avvolgimenti.

Il verso del campo magnetico del solenoide deve essere opposto a quello terrestre, quindi rivolto da Nord a Sud; così, guardando il solenoide come descritto, il verso della corrente deve essere antiorario.

d. Se l'esperimento ha funzionato, mettendo la bussola all'interno del solenoide si deve osservare che essa non tende a ruotare, ma mantiene qualunque direzione in cui la si pone. La stessa cosa si deve osservare, in tre dimensioni, se è possibile forare il cilindro trasparente e poi appendere per il suo baricentro l'ago di bussola a un filo, all'interno del solenoide.

8 Problema esperto

a. Lo studente riporterà le informazioni apprese in classe, con particolare riguardo al verso del moto dei portatori di carica per effetto della forza magnetica.

b. La tensione di Hall diventa zero quando, nel sistema di riferimento solidale con il laboratorio e quindi con il campo magnetico, la velocità netta dei portatori di carica si annulla.
Gli elettroni si muovono nel metallo nel verso opposto a quello della corrente convenzionale. Per questa ragione, il carrello deve essere mosso nel verso della corrente, in modo da sommare alla velocità degli elettroni una seconda velocità che la compensi.
Quando la tensione di Hall si annulla il carrello si muove con una velocità che, entro gli errori sperimentali, ha lo stesso modulo della velocità di deriva.

c. Indicando con $e(x)$ l'incertezza sulla grandezza x, l'errore relativo sulla tensione di Hall si calcola come:

$$\frac{e(\Delta V_H)}{\Delta V_H} = \frac{e(d)}{d} + \frac{e(B)}{B} + \frac{e(v)}{v}.$$

Dai dati precedenti, tenendo conto delle cifre significative con cui sono scritte le grandezze, abbiamo $e(d)/d \cong 1/500$ e $e(B)/B \cong 1/300$; invece l'errore relativo sulla tensione non può essere minore di

$$\frac{3 \cdot 10^{-8}\ \text{V}}{1{,}50 \cdot 10^{-6}\ \text{V}} = \frac{1}{50}.$$

Così possiamo considerare trascurabili i due termini precedenti e scrivere, in prima approssimazione:

$$\frac{e(\Delta V_H)}{\Delta V_H} = \frac{e(v)}{v} \quad \Rightarrow \quad e(\Delta V_H) = d\,\cancel{v}\,B\frac{e(v)}{\cancel{v}}$$

$$\Rightarrow \quad e(v) = \frac{e(\Delta V_H)}{dB} = \frac{3 \cdot 10^{-8}\ \text{V}}{\left(5{,}00 \cdot 10^{-2}\ \text{m}\right)\left(0{,}300\ \text{T}\right)} = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{m/s}.$$

d. Il flusso richiesto è

$$\Phi\left(\vec{B}\right) = BS = BdL = \left(0{,}300\ \text{T}\right)\left(5{,}00 \cdot 10^{-2}\ \text{m}\right)\left(0{,}100\ \text{m}\right) = 1{,}50 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}.$$

9 Problema esperto

a. La componente della velocità responsabile della forza di Lorentz è la componente perpendicolare al campo magnetico. Quella parallela al campo magnetico non contribuisce.

b. L'elettrone, in assenza di una componente della velocità parallela al campo magnetico, percorrerebbe una traiettoria circolare, il cui raggio è determinato dall'intensità del campo magnetico e dalla velocità. In presenza di una componente parallela a $\vec{B}$, il moto lungo la direzione del campo magnetico è rettilineo con velocità costante. Il moto risultante è elicoidale.

c. Dalla figura C vediamo che la componente parallela al campo magnetico è $v_{//} = v \cos\alpha$. Siccome lungo non ci sono forze agenti in direzione parallela al campo magnetico, non ci sono accelerazioni in quella direzione e quindi la particella si muove di moto rettilineo uniforme con velocità $v_{//}$.
A causa della forza di Lorenz, la particella ruota intorno alle linee di forza di $\vec{B}$. Il periodo di rotazione è il tempo in cui la particella percorre un orbita con velocità data dalla componente della velocità perpendicolare al campo magnetico. In formule

$$T = \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi R}{v \,\mathrm{sen}\,\alpha},$$

dove il raggio dell'orbita è dato da $R = \frac{mv \,\mathrm{sen}\,\alpha}{eB}$, da cui

$$T = \frac{2\pi m}{eB}.$$

d. Il passo è dato dalla distanza percorsa lungo la direzione del campo elettrico in un periodo, ovvero

$$p = v_{//} T = v \cos\alpha T = \frac{2\pi m v \cos\alpha}{eB}.$$

e. Ai poli l'intensità del campo magnetico terrestre è massima e quindi è possibile osservare questi fenomeni.

10 Problema esperto

a. Una bobina genera un campo magnetico intenso lungo l'asse delle spire. Quindi la configurazione più plausibile è la seconda.

b. Nell'asse della bobina $B = \frac{\mu_0 N i}{2R}$. Quindi per un campo da 2 T occorrerebbe una corrente di intensità

$$i = \frac{2BR}{\mu_0 N} = \frac{2(2\ \mathrm{T})(3\ \mathrm{m})}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100} \approx 100\ \mathrm{kA},$$

decisamente impossibile da mantenere in un normale materiale conduttore: per ogni ohm di resistenza si dissiperebbero ben 10^{10} W di potenza sotto forma di calore!

c. La particella descrive una semicirconferenza di raggio R, sotto l'azione della forza di Lorentz che agisce come forza centripeta. L'equazione del moto è $qvB = mv^2/R$, da cui

$$R = \frac{mv}{qB}.$$

d. Perché è impossibile. Per aumentare la velocità di una particella, e quindi la sua energia cinetica, si deve compiere un lavoro su di essa. La forza di Lorentz è sempre perpendicolare alla velocità istantanea della particella, per cui compie su di essa un lavoro nullo. Infatti, in un piccolo intervallo di tempo Δt lo spostamento della particella può essere considerato parallelo alla velocità $(\Delta\vec{s} = \vec{v}\Delta t)$, per cui $\Delta L = \vec{F}_L \cdot \vec{v}\Delta t = 0$. L'energia cinetica di una particella in modo in un campo magnetico rimane costante.

e. La semicirconferenza di lunghezza πR viene percorsa alla velocità v in un intervallo di tempo $T = \frac{\pi R}{v}$. Ma $R = \frac{mv}{qB}$, per cui $T = \frac{\pi m}{qB}$.