QUESITI

1 Quesito

Deformando il quadrato l'area della figura diminuisce, e quindi diminuisce il flusso di campo magnetico (scegliendo come faccia positiva della figura quella verso l'alto). Quindi, per la legge di Lenz, la corrente indotta deve circolare in senso antiorario, in modo da generare un ulteriore campo magnetico che tende a rafforzare quello preesistente. Si ottiene lo stesso risultato utilizzando, con la regola della mano destra, la legge di Lorentz per determinare il verso della forza che agisce sui portatori di carica liberi di muoversi presenti nelle quattro barrette in movimento.

2 Quesito

L'induttanza L di un solenoide è data dalla formula

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu_0 \frac{N^2}{l} \pi r^2.$$

Inoltre l'energia W_L immagazzinata nel solenoide è

$$W_L = \frac{1}{2} L i^2 = \mu_0 \frac{N^2}{2l} \pi r^2 i^2$$

da cui

$$r = \frac{1}{Ni}\sqrt{\frac{2lW_L}{\pi\mu_0}} = \frac{1}{400\cdot(2{,}4\ \text{A})}\sqrt{\frac{2\cdot(0{,}38\ \text{m})(2{,}0\cdot 10^{-4}\ \text{J})}{\pi(4\pi\cdot 10^{-7}\ \text{N/A}^2)}} = 6{,}5\cdot 10^{-3}\ \text{m}.$$

3 Quesito

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{L} S = (4\pi\cdot 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A})\frac{750^2}{3{,}7\cdot 10^{-2}\ \text{m}}(4{,}8\cdot 10^{-4}\ \text{m}^2) = 9{,}2\ \text{mH}$$

No, perché il flusso magnetico $\Phi(\vec{B}) = Li$ dipende dalla corrente i che scorre nel solenoide.

4 Quesito

a. La f_{em} cinetica $f_{em} = vBL$ è proporzionale alla velocità v della sbarra. Poiché l'unica resistenza del circuito formato dalla sbarra e dai binari è R, per la legge di Ohm

$$i = \frac{vBL}{R}.$$

b. La sbarra ha la velocità maggiore fra 0 s e 0,4 s, decelera nell'intervallo fra 0,4 s e 0,5 s e nell'intervallo fra 0,8 s e 0,9 s, è in quiete dopo l'istante 0,9 s.

c. Nell'intervallo fra 0 s e 0,4 s la sbarra si muove a velocità

$$v = \frac{Ri}{BL} = \frac{(7{,}7\ \Omega)(1{,}2\ \text{A})}{(0{,}85\ \text{T})(0{,}75\ \text{m})} = 14{,}5\ \text{m/s}.$$

5 Quesito

La forza elettromotrice alternata erogata dal generatore ha un valore efficace f_{eff} dato da

$$f_{\text{eff}} = \frac{f_0}{\sqrt{2}} = \frac{NBS\omega}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,\pi NBSf =$$
$$= \sqrt{2}\,\pi \cdot 2000 \cdot (0{,}410\ \text{T}) \cdot (9{,}00 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2) \cdot (50{,}0\ \text{Hz}) = 1{,}64 \cdot 10^4\ \text{V},$$

quindi il valore efficace della corrente che giunge al primario del trasformatore è

$$i_{\text{eff}} = \frac{f_{\text{eff}}}{Z} = \frac{1{,}64 \cdot 10^4\ \text{V}}{683\ \Omega} = 24{,}0\ \text{A}.$$

La forza elettromotrice efficace in uscita dal trasformatore è

$$f_{\text{eff}\,2} = \frac{N_2}{N_1} f_{\text{eff}} = \frac{732}{100} \cdot (1{,}64 \cdot 10^4\ \text{V}) = 1{,}20 \cdot 10^5\ \text{V} = 120\ \text{kV}.$$

Di conseguenza la corrente efficace erogata è

$$i_{\text{eff}\,2} = \frac{f_{\text{eff}}}{f_{\text{eff}\,2}} i_{\text{eff}} = \frac{1{,}64 \cdot 10^4\ \text{V}}{1{,}20 \cdot 10^5\ \text{V}} \cdot (24{,}0\ \text{A}) = 3{,}28\ \text{A}.$$

PROBLEMI

6 Problema

a. Da

$$i_0 = \lim_{t \to +\infty} \frac{f_{em}}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = \frac{f_{em}}{R}$$

troviamo

$$R = \frac{f_{em}}{i_0} = \frac{1{,}4\ \text{V}}{0{,}61\ \text{A}} = 2{,}3\ \Omega.$$

b. Il valore di L si può ottenere partendo dall'equazione

$$i_1 = i_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t_1}\right) \quad \Rightarrow \quad e^{\frac{R}{L}t_1} = \frac{i_0}{i_0 - i_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{R}{L}t_1 = \ln\frac{i_0}{i_0 - i_1}.$$

Quindi si trova:

$$L = \frac{Rt_1}{\ln \dfrac{i_0}{i_0 - i_1}} = \frac{(2{,}3\ \Omega)(0{,}032\ \text{s})}{\ln \dfrac{0{,}61\ \text{A}}{(0{,}61 - 0{,}28)\text{A}}} = 0{,}12\ \text{H}.$$

Di conseguenza, l'energia immagazzinata nel solenoide nella condizione stazionaria è

$$W_L = \frac{1}{2} L i_0^2 = \frac{1}{2}(0{,}12\ \text{H})(0{,}61\ \text{A})^2 = 2{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{J}.$$

c. Dall'equazione

$$i_2 = i_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t_2}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{R}{L} t_2 = \ln \frac{i_0}{i_0 - i_2}$$

si ottiene

$$t_2 = \frac{L}{R} \ln \frac{i_0}{i_0 - i_2} = \frac{0{,}12\ \text{H}}{2{,}3\ \Omega} \ln \frac{0{,}61\ \text{A}}{(0{,}61 - 0{,}33)\text{A}} = 4{,}1 \cdot 10^{-2}\ \text{s}.$$

d. Durante la fase di apertura del circuito l'energia immagazzinata nel solenoide passa dal valore W_L = 0,022 J a zero. Quindi, per il principio di conservazione dell'energia, la stessa quantità di energia pari a 0,022 J deve essere dissipata dal resistore.

7 Problema

a. Per un solenoide di lunghezza infinita, il campo magnetico è parallelo all'asse del solenoide, il verso è dato dalla regola della mano destra (avvolgendo con le dita il solenoide nel verso della corrente, il verso in cui punta il pollice indica il verso del campo magnetico) e il modulo è dato da $B = \mu_0 \dfrac{NI}{L}$ all'interno del solenoide, mentre il campo è nullo all'esterno. Se la lunghezza del solenoide è molto maggiore del diametro delle spire, possiamo trattare il solenoide come un solenoide infinito. Nel caso in esame, data la superficie delle spire, calcoliamo il diametro della spira:

$$d = \sqrt{4\pi S_{\text{sol}}} = 0{,}025\ \text{m} \ll L.$$

Possiamo quindi approssimare il solenoide con un solenoide infinito e calcolare il modulo del campo elettrico: $B = 1{,}3 \cdot 10^{-3}$ T.

b. Il flusso del campo magnetico attraverso l'avvolgimento è dato da

$$\Phi(\vec{B}) = N_{\text{avv}} \cdot S_{\text{avv}} \cdot B = N_{\text{avv}} \cdot S_{\text{sol}} \cdot B.$$

L'ultima uguaglianza è dovuta al fatto che il campo magnetico al di fuori del solenoide è nullo. Quindi

$$\Phi(\vec{B}) = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{Wb} = 20\ \mu\text{Wb}.$$

c. Se la corrente varia, si ha una variazione del campo magnetico e, di conseguenza, del flusso del campo magnetico attraverso l'avvolgimento. Questo genera una forza elettromotrice indotta.

d. Per calcolare la f_{em} indotta nell'avvolgimento, calcoliamo l'espressione della corrente in funzione del tempo. La corrente varia linearmente con il tempo, ovvero $i(t) = i_0 + k\,t$.
Poniamo $t = 0$ quando $i(t) = i_0$ e $i(\Delta t) = i_1$, da cui $i_1 - i_0\,\Delta t = k = 84$ A/s.
La f_{em} indotta è data da

$$f_{em} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = N_{\text{avv}} \cdot S_{\text{avv}} \frac{\Delta B}{\Delta t} = N_{\text{avv}} \cdot S_{\text{avv}} \mu_0 \frac{N}{L} \frac{\Delta i(t)}{\Delta t} = N_{\text{avv}} \cdot S_{\text{avv}} \mu_0 \frac{N}{L} \cdot k = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{V}.$$

e. $$f_{em} = M \frac{\Delta i(t)}{\Delta t} = M \cdot k \quad \Rightarrow \quad M = \frac{f_{em}}{k} = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{H} = 25\ \mu\text{H}.$$

f. Se si fa variare la corrente che scorre nell'avvolgimento e si chiude su se stesso il solenoide si avrà una forza elettromotrice indotta nel solenoide dovuta alla variazione di corrente nell'avvolgimento. La forza elettromotrice indotta nel solenoide è data dal prodotto tra il coefficiente di mutua induttanza con la variazione nel tempo della corrente, come al punto **e.** Inoltre il valore del coefficiente di mutua induttanza è quello calcolato al punto **e.**, in quanto il coefficiente di mutua induttanza è una proprietà del sistema avvolgimento-solenoide e quindi è simmetrico se si scambiano i ruoli dei due circuiti.

8 Problema

a. L'energia immagazzinata inizialmente nel condensatore è:

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2}(0{,}24\ \text{F})\left(3{,}0 \cdot 10^3\ \text{V}\right)^2 = 1{,}1\ \text{MJ}.$$

b. L'induttanza della bobina è data da:

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} A = \mu_0 \frac{\left(\frac{l}{a}\right)^2}{l} A = \mu_0 \frac{l}{a^2} \pi \frac{d^2}{4} = \mu_0 \frac{21\ \text{cm}}{(4{,}0\ \text{cm})^2}(3{,}14)\frac{(3{,}0\ \text{mm})^2}{4} = 37\ \mu\text{H}.$$

c. La frequenza di risonanza corrisponde al valore massimo di corrente è:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(37\ \mu\text{H})(0{,}24\ \text{F})}} = 53\ \text{Hz}.$$

d. Il valore massimo di intensità di corrente è dato da:

$$i = \sqrt{\frac{2U}{L}} = 2{,}4 \cdot 10^5\ \text{A}$$

mentre il valore del campo magnetico è dato da:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} i = \mu_0 \frac{i}{a} = 1{,}0 \cdot 10^2 \text{ T.}$$

e. Se c_3 fosse lasciato aperto, l'energia continuerebbe a oscillare tra il condensatore e la bobina.

f. Il condensatore si scarica quando nel circuito scorre la corrente massima. Il tempo per ottenere la prima scarica del condensatore (a partire da $t_0 = 0$) è dunque $t = 1/(4f)$, dove f è la frequenza di risonanza. Perciò, quando c_3 viene chiuso, la corrente si esaurisce in un tempo pari a $4t$.
La durata complessiva è data da:

$$t = \left(4+1\right) \frac{2\pi\sqrt{LC}}{4} = \frac{5\pi}{2}\sqrt{LC} = 24 \text{ ms.}$$

9 Problema **Con le equazioni differenziali**

a. Nella parte superiore dello schema circuitale abbiamo

$$V_B - V_A = -\frac{q(t)}{C}$$

e in quella inferiore troviamo

$$V_B - V_A = -Ri - L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}.$$

Uguagliando i due secondo membri e ponendo come nel caso del circuito oscillante

$i\left(t\right) = -\dfrac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t}$, otteniamo l'equazione differenziale

$$\frac{\mathrm{d}^2 q(t)}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{q(t)}{LC} = 0.$$

b. Le due derivate richieste sono

$$\frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t} = -Qe^{-\frac{R}{2L}t}\left(\frac{R}{2L}\cos\omega t + \omega \operatorname{sen}\omega t\right)$$

e

$$\frac{\mathrm{d}^2 q(t)}{\mathrm{d}t^2} = Qe^{-\frac{R}{2L}t}\left[\left(\frac{R^2}{4L^2} - \omega^2\right)\cos\omega t + \frac{R\omega}{L}\operatorname{sen}\omega t\right].$$

c. Sostituendo le due derivate appena calcolate nella precedente equazione differenziale si ottiene l'espressione

$$Qe^{-\frac{R}{2L}t}\cos\omega t\left(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} - \omega^2\right) = 0.$$

Si nota quindi che i termini comprendenti $\operatorname{sen}\omega t$ si sono eliminati tra loro.

d. L'espressione precedente deve essere identicamente nulla. Con $Q \neq 0$, l'unica possibilità è che sia uguale a zero l'espressione tra parentesi tonde. Si conclude così che vale

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{(LC)} - \frac{R^2}{(4L^2)}}.$$

PROBLEMI ESPERTI

10 Problema esperto

a. Il punto di contatto della sbarra con il lato corto della bobina si muove con una velocità di modulo

$$v_1 = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi(0{,}86\ \text{m})}{3{,}2\ \text{s}} = 1{,}7\ \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

mentre il modulo della velocità del lato corto più lontano risulta:

$$v_2 = \frac{2\pi(R+L)}{T} = \frac{2\pi(0{,}94\ \text{m})}{3{,}2\ \text{s}} = 1{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

I due valori differiscono solo di un'unità sull'ultima cifra significativa; quindi, anche se non sono uguali, si può utilizzare l'approssimazione che la bobina si muova di moto rettilineo quando entra tra i poli del magnete.

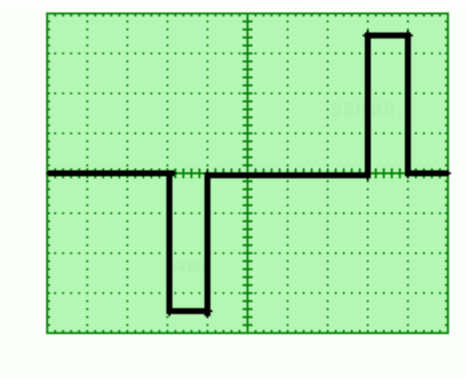
b. Per la stima richiesta si può utilizzare arbitrariamente uno dei due valori di velocità calcolati in precedenza. Si ottiene che l'intervallo di tempo Δt richiesto vale

$$\Delta t = \frac{l}{v} = \frac{20{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{1{,}7\ \text{m/s}} = 0{,}12\ \text{s}.$$

Si può quindi valutare che l'inserimento della spira nel campo magnetico e la successiva estrazione da esso durino circa 1 decimo di secondo. Bisognerà dunque settare la base dei tempi dell'oscilloscopio in modo che visualizzi questo intervallo di tempo.

c. Consideriamo nullo il campo magnetico fuori dai poli dei magneti, perché il valore tra i poli magnetici è molto maggiore di quello del campo magnetico terrestre, e indichiamo con B il valore da misurare. Allora, all'ingresso della bobina tra i poli affacciati dei magneti si ha un rapido aumento del flusso di campo magnetico attraverso la superficie che ha come contorno la bobina. Tale aumento genera una forza elettromotrice indotta con $|f_{em}| = NBLv$. Quindi, nelle approssimazioni fatte, durante l'intervallo di tempo di inserimento l'oscilloscopio dovrebbe mostrare una valore costante della f_{em}. Il valore misurato sarà positivo o negativo a seconda di come i fili sono stati collegati ai terminali dell'oscilloscopio.

Poi, durante la fase di transito della bobina nella zona compresa tra i due magneti, il flusso di campo magnetico attraverso la bobina non cambia, per cui la forza elettromotrice indotta risulta nulla.
Infine, all'uscita della bobina dal campo magnetico si avrà di nuovo una forza elettromotrice indotta, con lo stesso modulo rispetto alla prima fase, ma con segno opposto. Sull'oscilloscopio sarà quindi disegnata una curva analoga a quella riportata in figura.



d. Dalle indicazioni del testo il modulo massimo atteso della forza elettromotrice indotta deve essere compreso tra $f_{em1} = 0{,}30$ V e $f_{em2} = 0{,}40$ V. Così troviamo i valori limite N_1 e N_2 del numero di spire:

$$N_1 BLv > f_{em1} \quad \Rightarrow \quad N_1 > \frac{f_{em1}}{BLv} = \frac{0{,}30\ \mathrm{V}}{\left(8 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{T}\right)\left(8{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}\right)\left(1{,}7\ \mathrm{m/s}\right)} = 2{,}8 \cdot 10^2$$

e

$$N_2 BLv < f_{em2} \quad \Rightarrow \quad N_2 < \frac{f_{em2}}{BLv} = \frac{0{,}40\ \mathrm{V}}{\left(8 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{T}\right)\left(8{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}\right)\left(1{,}7\ \mathrm{m/s}\right)} = 3{,}7 \cdot 10^2.$$

Quindi la bobina dovrà essere costruita con un numero di spire compreso tra circa 280 e circa 370.

11 Problema esperto

a. Quando un'onda sonora raggiunge il microfono il diaframma si mette in oscillazione, così come la bobina ad essa attaccata. Quando la bobina si allontana e si avvicina al magnete perché messa in oscillazione dall'onda sonora, il flusso del campo magnetico prodotto dal magnete che la attraversa cambia e si genera una forza elettromotrice indotta. La f_{em} così generata viene quindi inviata a un amplificatore e poi ai diffusori acustici.

b. Sì, la massa del blocco membrana-bobina è importante. Infatti, a parità di pressione esercitata sul diaframma, un blocco membrana-bobina di massa inferiore oscillerà con ampiezza maggiore e viceversa. La massa influenza quindi il valore della forza elettromotrice indotta.

c. La presenza di un campo elettromagnetico modifica il valore del flusso del campo magnetico attraverso le spire della bobina e, di conseguenza, il valore della f_{em}.

d. È meglio scegliere il microfono a bobina mobile in quanto meccanicamente più stabile. Il sottile nastro di alluminio potrebbe deformarsi a seguito delle improvvise e rapide variazioni di pressione.

e. La frequenza di risonanza è

$$f_{\text{ris}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 4{,}5\ \text{kHz}.$$

12 Problema esperto

a. Il telaio si comporta come una spira attraverso la quale varia repentinamente il flusso del campo magnetico: in esso si crea una tensione indotta data dalla legge di Faraday-Neumann

$$E = \left|\frac{\Delta\Phi(B)}{\Delta t}\right|.$$

b. $$\Phi(\vec{B}) = \overline{B}L^2 = \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi\sqrt{a(a+L)}}L^2 \quad\Rightarrow\quad f_{em} = \frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} = \frac{\mu_0 L^2}{2\pi\sqrt{a(a+L)}}\frac{\Delta i(t)}{\Delta t}$$

c. 3kV

d. Le particelle cariche emesse dal Sole danno luogo a correnti rapidamente variabili, che generano variazioni del campo magnetico terrestre: una GIC si origina nella linea di trasmissione se varia il flusso concatenato al essa.

13 Problema esperto

a. L'elemento circuitale 1 è un'induttanza, perché il valore della corrente efficace diminuisce con l'aumentare della frequenza, in accordo con la legge $i_0 = f_0/(2\pi f L)$, da cui si trova (per esempio con il primo dato a disposizione)

$$f_{\text{eff}} = 2\pi i_{\text{eff}} f L = 2\pi(0{,}60\ \text{A})(1{,}00\cdot 10^3\ \text{Hz})(5{,}3\cdot 10^{-3}\ \text{H}) = 20\ \text{V}.$$

Il valore massimo della forza elettromotrice è, allora,

$$f_0 = \sqrt{2}\, f_{\text{eff}} = \sqrt{2}\cdot(20\ \text{V}) = 28\ \text{V}.$$

b. Nella seconda riga il valore efficace della corrente non varia con la frequenza; quindi l'elemento circuitale collegato è senz'altro un resistore, con resistenza *R* pari a

$$R = \frac{f_{\text{eff}}}{i_{\text{eff}\,R}} = \frac{20\ \text{V}}{0{,}35\ \text{A}} = 57\ \Omega.$$

c. Nella terza riga il valore efficace della corrente aumenta con la frequenza e quindi si deve trattare di un condensatore, in accordo con la formula $i_0 = 2\pi f C f_0$. Quindi (utilizzando per esempio l'ultimo dato nella riga) si può trovare il valore

$$C = \frac{i_{\text{eff}}}{2\pi f\, f_{\text{eff}}} = \frac{0{,}78\ \text{A}}{2\pi\left(1{,}00\cdot 10^4\ \text{Hz}\right)\left(20\ \text{V}\right)} = 6{,}2\cdot 10^{-7}\ \text{F} = 0{,}62\ \mu\text{F}.$$

La frequenza di risonanza del sistema con i tre elementi circuitali collegati in serie è

$$f_{\text{ris}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\left(5{,}3\cdot 10^{-3}\ \text{H}\right)\left(6{,}2\cdot 10^{-7}\ \text{F}\right)}} = 2{,}8\cdot 10^3\ \text{Hz}.$$

A questa frequenza il valore efficace della corrente erogata dal circuito *RLC* serie, collegato al generatore utilizzato in precedenza, è uguale al valore misurato con la sola resistenza, cioè 0,35 A.

d. Una spiegazione comune dei diversi valori dell'errore sperimentale mostrato nella tabella è il fatto di usare strumenti con valori di fondo scala diversi (cioè portate differenti). Per esempio, il valore di 0,060 A potrebbe essere stato ottenuto con un fondo scala di 0,1 A, mentre il valore di 0,60 A potrebbe essere stato misurato con un valore di fondo scala di 1 A.
L'errore richiesto potrebbe essere stimato valutando (in accordo con le convenzioni sulle cifre significative) l'errore sul valore di L pari a $\Delta L = 0{,}1$ mH e quello sulla frequenza pari a $\Delta f = 1\cdot 10^1\ \text{Hz}$. Allora l'errore Δf_{eff} sul valore efficace della forza elettromotrice risulta

$$\Delta f_{\text{eff}} = f_{\text{eff}}\left(\frac{\Delta i_{\text{eff}}}{i_{\text{eff}}} + \frac{\Delta f}{f} + \frac{\Delta L}{L}\right) = \left(20\ \text{V}\right)\left(\frac{0{,}01\ \text{A}}{0{,}60\ \text{A}} + \frac{1\cdot 10^1\ \text{Hz}}{1\cdot 10^3\ \text{Hz}} + \frac{0{,}1\ \text{mH}}{5{,}3\ \text{mH}}\right) \approx 1\ \text{V}.$$

Il risultato ottenuto è, ancora una volta, coerente con le convenzioni sulle cifre significative.