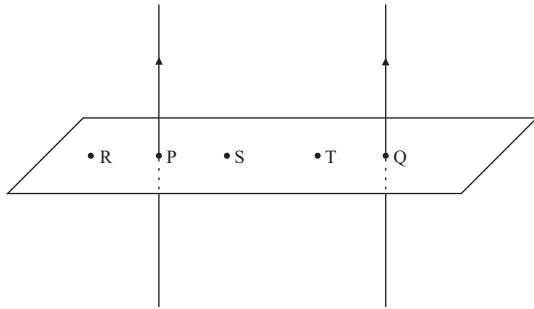


**ESAME DI STATO
DI LICEO SCIENTIFICO
2008**

**Corso Sperimentale – Progetto Brocca
Tema di Fisica**

Secondo tema

Si abbiano due fili conduttori paralleli percorsi nello stesso verso dalla corrente elettrica d'intensità 1 A e posti alla distanza di 10 cm l'uno dall'altro.



Calcolare il modulo del vettore \vec{B} nei punti R, S, T distanti rispettivamente 3 cm, 3 cm, 7 cm dal punto P, mettendo in evidenza i passaggi matematici necessari a ricavare l'unità di misura dell'induzione magnetica.

Disegnare le linee di forza passanti nei punti R, S, T, mettendo in evidenza la direzione e l'orientamento del vettore \vec{B} negli stessi punti.

Ricavare l'espressione matematica che descrive l'andamento del modulo di \vec{B} tra i punti P e Q e disegnarne il grafico sul piano cartesiano.

In ognuno dei punti S e T passa un protone con velocità $v = 2 \cdot 10^4$ m/s con la traiettoria parallela ai fili e con verso uguale a quello convenzionale della corrente elettrica. Ricavare il modulo, la direzione e il verso della forza di Lorentz che agisce su ognuno dei due protoni e rappresentarne la traiettoria con un disegno, anche se in maniera approssimata. Si ricorda che il protone ha la stessa carica dell'elettrone, ma con segno positivo ($1,60 \cdot 10^{-19}$ C).

Secondo tema

Il campo \vec{B}

Si vedano le osservazioni sulle cifre significative relative al tema precedente.

L'espressione del modulo del campo magnetico (termine ormai largamente preferito a quello di induzione magnetica) generato in un punto a distanza r da un conduttore rettilineo percorso da una corrente di intensità i è:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{r}. \quad (9)$$

In questo caso i fili sono due, il filo M passante per P e il filo N passante per Q. Il campo magnetico in ogni punto dello spazio è dunque la somma vettoriale dei due campi. La direzione e il verso di ciascun campo si può trovare con la regola della mano destra, come indicato nella figura (2), dove le linee del campo generato da M sono indicate con linee tratteggiate e quelle del campo generato da N con linee punteggiate. Non si è fatto alcun tentativo di ricostruire le linee del campo risultante, un obiettivo che non sembra alla portata di un candidato durante la prova d'Esame.

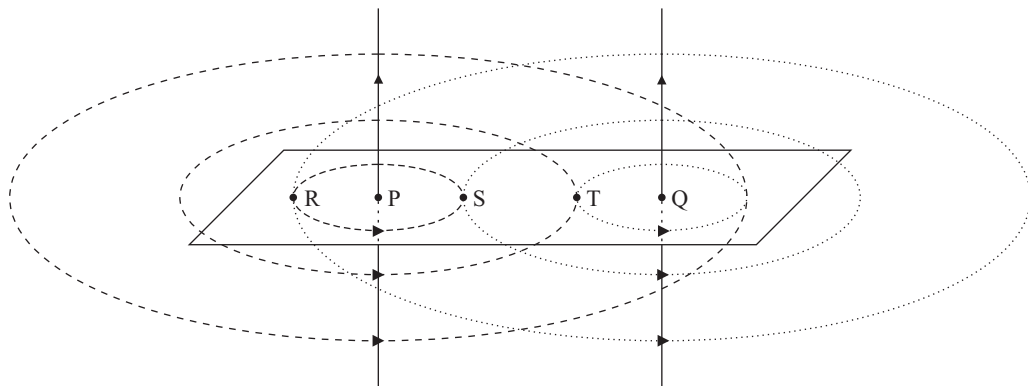


Figura 2: Linee di forza

Tutti i punti oggetto d'indagine si trovano sulla retta PQ, e in essi entrambi i campi sono sempre perpendicolari alla retta stessa. La somma vettoriale si riduce così a una somma algebrica.

Determiniamo in primo luogo il modulo dei singoli campi nei punti indicati. Per il filo M:

$$B_M(R) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{r} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \frac{1\text{A}}{0,03\text{m}} = 6,67 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} = 6,67 \mu\text{T} \quad (10)$$

$$B_M(S) = 6,67 \mu\text{T} \quad (11)$$

$$B_M(T) = 2,86 \mu\text{T} \quad (12)$$

e per il filo N:

$$B_N(R) = 1,54 \mu\text{T} \quad (13)$$

$$B_N(S) = 2,86 \mu\text{T} \quad (14)$$

$$B_N(T) = 6,67 \mu\text{T}. \quad (15)$$

Nel punto R i due campi hanno lo stesso verso e il modulo del campo risultante è la somma dei moduli, $B(R) = 8,21 \mu\text{T}$. In S e in T i campi sono opposti e il modulo del campo risultante è la differenza dei moduli, $B(S) = B(T) = 3,81 \mu\text{T}$. Nella figura (3) sono rappresentati i tre vettori risultanti.

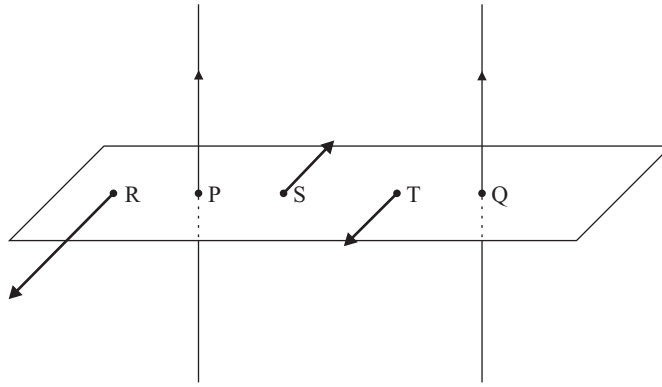


Figura 3: Vettori risultanti

Tra i punti P e Q i due campi hanno sempre verso opposto, come si è visto, quindi il modulo del campo risultante è la differenza dei moduli e si può scrivere in forma generale, per un punto a distanza x da P:

$$B(x) = \left| \frac{\mu_0 i}{2\pi x} - \frac{\mu_0 i}{2\pi l-x} \right| = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left| \frac{1}{x} - \frac{1}{l-x} \right| = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{|l-2x|}{x(l-x)} \quad (16)$$

dove si è detta l la distanza PQ.

Piuttosto che studiare $B(x)$, sembra più interessante studiare $B_{sign}(x)$, definito a meno del valore assoluto, che descrive l'andamento del campo risultante tenendo conto anche del verso (considerato positivo quando $\vec{B}(x)$ punta lontano dal lettore). A meno di costanti irrilevanti, $B_{sign}(x)$ coincide con la funzione:

$$B_{sign}(x) = \frac{1-2x}{x(1-x)} \text{ per } 0 < x < 1. \quad (17)$$

Il grafico di $B_{sign}(x)$ è riportato in figura (4). Il grafico di $B(x)$ si può ottenere facilmente da questo.

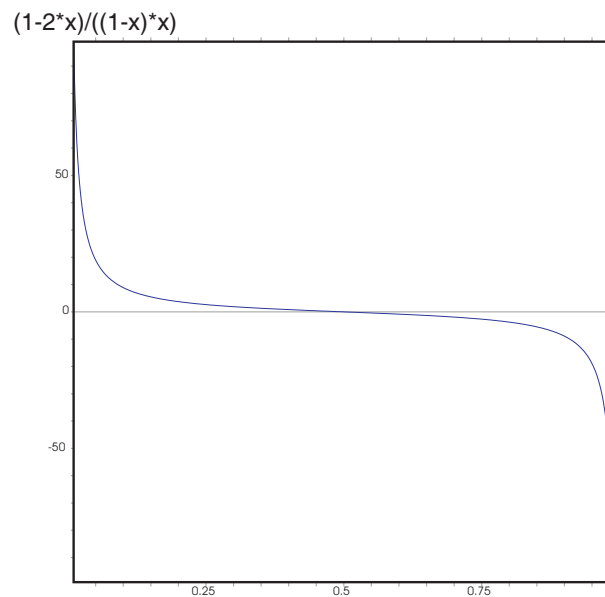


Figura 4: Grafico di $B_{sign}(x)$

La traiettoria dei protoni

Il protone passante per S subisce una forza di Lorentz che, per la seconda regola della mano destra, è diretta verso il filo M ed è perpendicolare a \vec{v} e a \vec{B} . Se B fosse costante, la traiettoria sarebbe una circonferenza. Poiché B cresce quando il protone devia verso il filo, anche la forza di Lorentz cresce e la traiettoria è una curva con un raggio di curvatura sempre più piccolo. Nel contempo, però, il centro della circonferenza alla quale è istantaneamente tangente la traiettoria si sposta verso la traiettoria stessa. Ne risulta una curva tutt'altro che facile da visualizzare con una certa precisione.

La figura (5) rappresenta la situazione “iniziale”, quando il protone si trova nel punto S: situazione

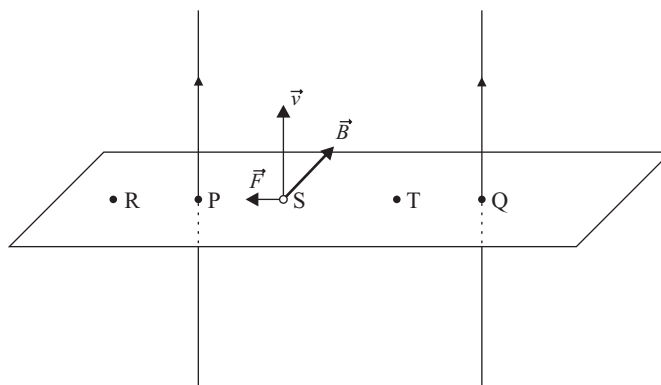


Figura 5: Forza di Lorentz

nella quale il modulo della forza di Lorentz vale:

$$F = qvB = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 2 \cdot 10^4 \text{m/s} \cdot 3,81 \cdot 10^{-6} \text{T} = 1,2 \cdot 10^{-20} \text{N}. \quad (18)$$

Una ricostruzione attendibile della traiettoria richiede strumenti non banali, e non è chiaro come potesse essere raggiunta in sede d'esame. È vero che il testo parla di tracciare un disegno “in maniera approssimata”; ma c'è una grossa differenza fra approssimare e tirare a indovinare, come è possibile che molti studenti siano stati tentati di fare.

Un'integrazione numerica conduce alla traiettoria riportata in figura (6), dove l'asse x coincide con la retta PQ e l'asse y con il filo M.

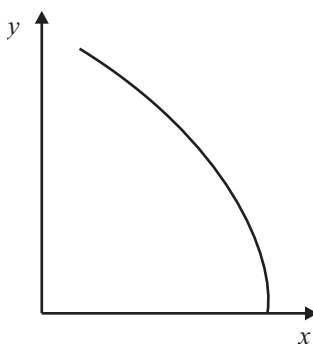


Figura 6: Traiettoria del protone passante per S

La traiettoria del protone passante per T sarà simmetrica a questa, rispetto all'asse del segmento PQ, nel piano individuato dai due fili.