

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2005**

- 1** Si dimostri che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio e si utilizzi il risultato per calcolare $\sin 18^\circ$, $\sin 36^\circ$.

- 1** Consideriamo il triangolo OAB , in cui O è il centro della circonferenza circoscritta al decagono e AB un suo lato. $\widehat{AOB} = 36^\circ$ perché è un decimo dell'angolo giro. Essendo poi il triangolo isoscele si ha che $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 72^\circ$. Tracciamo ora la bisettrice di \widehat{OAB} , che interseca il lato OB in M . Si ha che sia il triangolo OMA che il triangolo AMB sono isosceli, quindi $OM = AB$. Indicato con r il raggio della circonferenza e con x il lato del decagono, per il teorema della bisettrice si ha che,

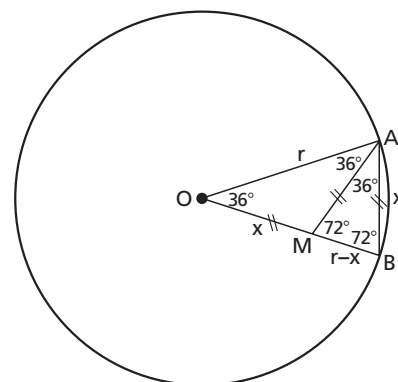
$$\frac{x}{r} = \frac{(r-x)}{x}$$

L'uguaglianza scritta è equivalente a $r : x = x : (r - x)$, quindi x è la misura della sezione aurea del segmento di misura r .

Risolvendo rispetto a x e scartando la soluzione negativa si ottiene $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} r$.

Tracciamo l'asse di AB . Detto P il punto medio di AB si ha che $OA \cdot \sin 18^\circ = AP$, quindi $\sin 18^\circ = AP/OA = \frac{x/2}{r} = \frac{(-1 + \sqrt{5})}{4}$. Per calcolare $\sin 36^\circ$ si può ricorrere alla formula $\sin 2a = 2 \sin a \cos a = 2 \sin a \sqrt{1 - \sin^2 a}$ perché in questo caso $0^\circ < a < 90^\circ$. Sostituendo si ha

$$\sin 36^\circ = 2 \frac{(\sqrt{5}-1)}{4} \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^2} = \frac{1}{8} (\sqrt{5}-1) \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} = \frac{1}{4} \sqrt{10 - 4\sqrt{5}}.$$



▲ Figura 4.