

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2008**

- 7** Perché è *geometria “non” euclidea*? Che cosa e come viene negato della geometria euclidea? Si illustri la questione con gli esempi che si ritengono più adeguati.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2008

7 Si dice *geometria euclidea* la geometria che fonda le proprie basi sugli assiomi e postulati dettati dagli *Elementi* di Euclide. Storicamente vengono chiamate geometrie non euclidee quelle che negano o modificano il V Postulato di Euclide e da cui si possono quindi dedurre svariati teoremi non euclidei. Nella geometria di Lobacevskij-Bolyai (denominata *geometria iperbolica*) si sostituisce al V Postulato di Euclide, un nuovo postulato secondo il quale “Data una retta, per un punto esterno a essa è sempre possibile condurre almeno due rette che non la incontrano”.

Fra le conseguenze citiamo per esempio i seguenti teoremi non euclidei:

- la somma degli angoli interni di un triangolo è minore di due retti;
- due triangoli che hanno angoli interni congruenti sono necessariamente congruenti.

La geometria iperbolica non è l'unica che si può costruire in alternativa a quella euclidea.

Infatti è possibile modificare il V Postulato nella proposizione: “Data una retta, per un punto esterno a essa non è possibile condurre parallele alla retta data”, ma questa sola modifica contraddirebbe una conseguenza dei primi due Postulati, almeno uno dei quali deve essere sostituito. Si presentano così due possibilità:

- a) sostituire il I Postulato con “Due rette possono racchiudere un'area”, ottenendo la *geometria sferica*;
- b) sostituire il II Postulato, escludendo la possibilità di prolungare illimitatamente due rette. Così facendo si ottiene la *geometria ellittica*.

Tra le conseguenze che accomunano queste due alternative possiamo citare le seguenti proposizioni:

- la somma degli angoli interni di un triangolo è maggiore di due retti;
- i triangoli che hanno angoli uguali sono tutti congruenti tra loro.

Si osservi che ciò che contraddistingue maggiormente la geometria sferica da quella ellittica è che nella geometria sferica le rette sono linee chiuse, mentre ciò non accade nella geometria ellittica.