9 Si provi che non esiste un triangolo ABC, con $AB = 3$, $AC = 2$ e $A\hat{B}C = 45°$. Si provi altresì che se $AB = 3$, $AC = 2$ e $A\hat{B}C = 30°$, allora esistono due triangoli che soddisfano queste condizioni.

9 Consideriamo un segmento $AB = 3$, un angolo di ampiezza 45° di vertice B, con lato AB e secondo lato la semiretta r, la circonferenza centrata in A di raggio 2 (figura 9).

Al variare di C in r otteniamo tutti i possibili triangoli ABC con $\overline{AB} = 3$ e $A\hat{B}C = 45°$. Osserviamo che il segmento AH, distanza di A da r ha lunghezza pari a:

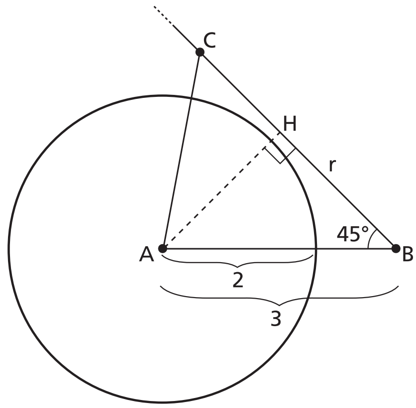
$$\overline{AH} = \frac{\overline{AB}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{2}.$$

Il lato AC, ipotenusa del triangolo rettangolo ACH, deve essere maggiore di AH, cateto dello stesso triangolo, ovvero:

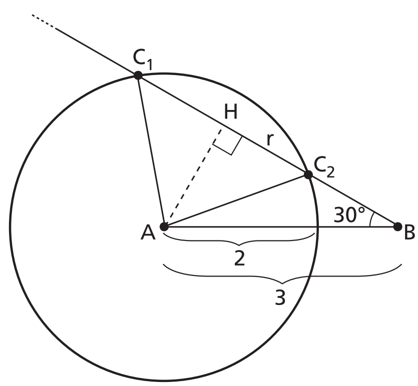
$$\overline{AC} > \overline{AH} = \frac{3}{2}\sqrt{2} \simeq 2{,}12.$$

Pertanto non esiste un triangolo ABC con $\overline{AC} = 2$.

Se invece $A\hat{B}r = 30°$ (figura 10), la distanza AH tra A ed r risulta pari a $\frac{3}{2}$, che è minore di 2. Esistono quindi due punti, C_1 e C_2, simmetrici rispetto ad AH, tali che $\overline{AC_1} = \overline{AC_2} = 2$. Essi si ottengono dall'intersezione di r con la circonferenza di centro A e raggio 2.



▲ **Figura 9.**



▲ **Figura 10.**