

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2014**

- 5** In un contesto di geometria non euclidea si illustri un esempio di triangolo i cui angoli non hanno somma 180° .

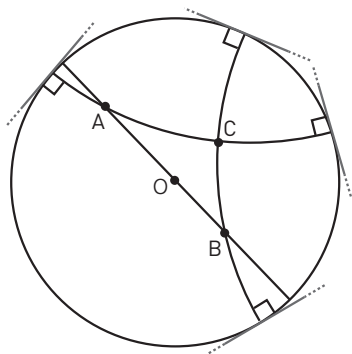
SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2014

5 Ricordiamo il V Postulato della geometria euclidea: «data una retta e un punto esterno a essa, per il punto passa al più una retta parallela alla data».

Una delle conseguenze del postulato è che la somma degli angoli interni di un triangolo è pari a due angoli retti, ovvero $2\hat{R}$. Nella geometria non euclidea di Lobacevskij e Bolyai, denominata iperbolica, il V postulato viene sostituito dalla sua negazione: per un punto passano almeno due rette parallele a quella data. Il corrispondente modello di Poincaré fa riferimento a una porzione di piano euclideo formata da un cerchio detto *disco di Poincaré*. I concetti di punto, retta, angolo, hanno una loro nuova definizione:

- un punto è un punto interno al cerchio;
- una retta è un diametro della circonferenza di Poincaré oppure un arco di circonferenza, interno al cerchio di Poincaré e ortogonale a esso;
- un angolo è l'angolo tra due rette definite precedentemente.

Rappresentiamo in figura 11 un triangolo iperbolico ABC e i corrispondenti angoli interni. Ogni angolo è minore del corrispondente angolo euclideo, pertanto la loro somma è minore di $2\hat{R}$.

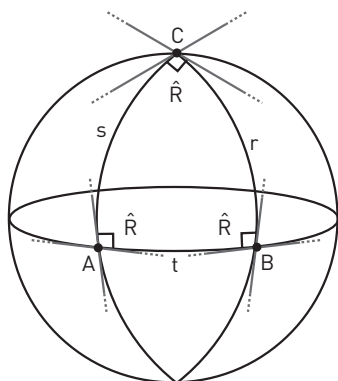


◀ **Figura 11.**

Un altro esempio di geometria non euclidea è quella sferica; essa nega il V postulato assumendo che non esiste nessuna retta parallela a una data. Il corrispondente modello di Riemann considera una superficie sferica dove:

- un punto è un punto sulla superficie sferica;
- una retta è una circonferenza massima della sfera (intersezione tra superficie sferica e un piano passante per il centro);
- un angolo è l'angolo formato dai due piani che tagliano la superficie secondo le due rette.

Rappresentiamo un triangolo ABC nella geometria sferica, considerando i lati sulle rette r , s , t perpendicolari tra loro (figura 12).



◀ **Figura 12.**

La somma degli angoli interni di questo triangolo è $3\hat{R}$, ovvero maggiore di $2\hat{R}$.