

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2004  
Sessione straordinaria**

- 1** Calcolare l'ampiezza dell'angolo diedro formato da due facce consecutive di un ottaedro regolare, espressa in gradi sessagesimali e approssimata al secondo.

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME**  
**CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2004**  
**Sessione straordinaria**

**QUESTIONARIO**

**1** Nella figura 3 è rappresentato un ottaedro regolare  $ABCDEF$  di lato  $l$ .

Si prendano le due facce consecutive  $BCF$  e  $BCE$  e si sezioni perpendicolarmente il diedro da esse formato con un piano passante per il vertice  $E$ . Tale piano intercetta il triangolo rettangolo  $EOH$ , dove  $O$  è il piede della perpendicolare da  $E$  al piano  $ABCD$  e  $H$  è il punto medio dello spigolo  $BC$  del diedro. Indicato con  $\alpha$  l'angolo  $\widehat{OHE}$ , l'ampiezza del diedro è  $2\alpha$ . Per il teorema dei triangoli rettangoli vale  $\cos \alpha = \frac{OH}{EH}$ .

Poiché il segmento  $OH$  è pari a metà del lato del quadrato  $ABCD$ , vale:  $\overline{OH} = \frac{l}{2}$ . Inoltre  $EH$  è l'altezza del

triangolo equilatero  $BCE$ , per cui  $\overline{EH} = \frac{\sqrt{3}}{2}l$ . Risulta allora:  $\cos \alpha = \frac{\overline{OH}}{\overline{EH}} = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}l} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Essendo  $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ , ricaviamo:

$$\cos 2\alpha = 2 \cdot \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

$$2\alpha = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) \approx 109,4712^\circ \approx 109^\circ 28' 16''.$$

