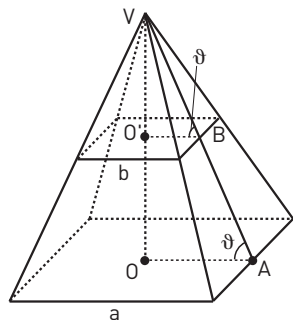


**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2013**

- 4** Di un tronco di piramide retta a base quadrata si conoscono l'altezza h e i lati a e b delle due basi. Si esprima il volume V del tronco in funzione di a , b e h , illustrando il ragionamento seguito.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2013

- 4** Dato un tronco di piramide retta a base quadrata di altezza h e lati a e b delle due basi, prolunghiamo gli spigoli laterali in modo da ottenere due piramidi quadrate di vertice V . Indichiamo con O e O' i piedi delle altezze delle due piramidi generate. Tracciamo l'apotema VA e indichiamo con ϑ l'angolo $O\hat{A}V$ (figura 11).



▲ **Figura 11.**

Risulta:

$$OA = \frac{a}{2}, \quad O'B = \frac{b}{2}, \quad OV = \frac{a}{2} \operatorname{tg} \vartheta, \quad O'V = \frac{b}{2} \operatorname{tg} \vartheta.$$

Inoltre:

$$OV - O'V = h \rightarrow \frac{a}{2} \operatorname{tg} \vartheta - \frac{b}{2} \operatorname{tg} \vartheta = h \rightarrow \operatorname{tg} \vartheta = \frac{2h}{a-b}.$$

Riscriviamo OV e $O'V$ in funzione di a , b , h :

$$OV = \frac{ab}{a-b}, \quad O'V = \frac{bh}{a-b}.$$

Ricaviamo il volume V_T del tronco di cono come differenza tra i volumi delle due piramidi prima indicate:

$$V_T = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{ab}{a-b} - \frac{1}{3} b^2 \cdot \frac{bh}{a-b} = \frac{1}{3} h \cdot \frac{a^3 - b^3}{a-b}.$$

Sfruttiamo la scomposizione della differenza di cubi di monomi:

$$V_T = \frac{1}{3} h \cdot \frac{(a-b)(a^2 + b^2 + ab)}{a-b} = \frac{(a^2 + b^2 + ab)h}{3}.$$