

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2005
Sessione suppletiva

- 2** Siano AB , AC , AD tre spigoli di un cubo. Sapendo che uno spigolo è lungo s , calcolare la distanza del vertice A dal piano dei punti B , C , D .

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2005
Sessione suppletiva

- 2** Il piano passante per i punti B , C , D delimita la piramide $ABCD$ (figura 8). Lo scopo è quello di determinare l'altezza h della piramide rispetto alla base triangolare BCD . Si calcola dapprima il volume V della piramide:

$$V = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot h, \text{ dove } S_{BCD} \text{ è l'area della base triangolare } BCD.$$

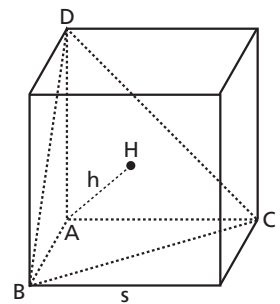
Il triangolo BCD , avendo per lati le diagonali di tre facce del cubo, è equilatero e il lato vale $\sqrt{2}s$. Pertanto la sua area risulta:

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} \sqrt{2}s \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{2}s = \frac{\sqrt{3}}{2} s^2$$

e il volume della piramide diventa $V = \frac{\sqrt{3}}{6} s^2 h$.

Esso può essere calcolato in altro modo, considerando come base il triangolo ABC . In tal caso $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot \overline{AD}$ ovvero $V = \frac{1}{6} s^3$. Uguagliando le due espressioni del volume si ottiene:

$$\frac{\sqrt{3}}{6} s^2 h = \frac{1}{6} s^3, \text{ da cui } h = \frac{\sqrt{3}}{3} s.$$



▲ Figura 8.