

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2013**

- 5** In un libro si legge: “se per la dilatazione corrispondente a un certo aumento della temperatura un corpo si allunga (in tutte le direzioni) di una certa percentuale (per es. 0,38%), esso si accresce in volume in proporzione tripla (cioè dell'1,14%), mentre la sua superficie si accresce in proporzione doppia (cioè del 0,76%)”. È così? Si motivi esaurientemente la risposta.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2013

5 Consideriamo per semplicità un corpo con la forma di un parallelepipedo di spigoli a , b , c . Il suo volume vale $V = abc$. Indicata con p la percentuale con cui aumentano le dimensioni tramite una dilatazione termica, queste diventano:

$$a' = a + a \cdot p = a(1 + p), \quad b' = b + b \cdot p = b(1 + p), \quad c' = c + c \cdot p = c(1 + p).$$

Il nuovo volume V' ha quindi valore:

$$V' = a(1 + p) \cdot b(1 + p) \cdot c(1 + p) = abc(1 + p)^3 \rightarrow V' = V(1 + p)^3.$$

Ricaviamo l'aumento relativo del volume:

$$\frac{V' - V}{V} = \frac{V(1 + p)^3 - V}{V} = (1 + p)^3 - 1 = p^3 + 3p^2 + 3p.$$

Pertanto se $p = 0,38\% = 0,0038$:

$$\begin{aligned} \frac{V' - V}{V} &= (0,0038)^3 + 3(0,0038)^2 + 3(0,0038) = \\ &= 5,4872 \cdot 10^{-8} + 4,32 \cdot 10^{-5} + 1,14 \cdot 10^{-2} \simeq 1,14 \cdot 10^{-2} = 1,14\% = 3 \cdot p. \end{aligned}$$

Concludiamo che, se la percentuale di dilatazione lineare p è piccola, come nel caso di $p = 0,38\%$, i termini di secondo e terzo grado, p^2 e p^3 , possono trascurarsi e il corpo si accresce in volume in proporzione tripla, come sostenuto nell'affermazione del libro.

Analogamente determiniamo la dilatazione termica superficiale del corpo considerando un rettangolo di dimensioni a e b . La superficie vale $S = ab$, mentre quella dilatata risulta:

$$S' = a(1 + p) \cdot b(1 + p) = ab(1 + p)^2 \rightarrow S' = S(1 + p)^2.$$

Ricaviamo l'aumento relativo superficiale:

$$\frac{S' - S}{S} = \frac{S(1 + p)^2 - S}{S} = (1 + p)^2 - 1 = p^2 + 2p.$$

Pertanto se $p = 0,38\% = 0,0038$:

$$\frac{S' - S}{S} = (0,0038)^2 + 2 \cdot 0,0038 = 1,444 \cdot 10^{-5} + 7,6 \cdot 10^{-3} \simeq 7,6 \cdot 10^{-3} = 0,76\% = 2 \cdot p.$$

Anche in questo caso se la percentuale di dilatazione lineare p è piccola, il termine di secondo grado, p^2 , si può trascurare e la superficie del corpo si accresce in proporzione doppia, come affermato dal testo del libro.