

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2005**

- 4** Una bevanda viene venduta in lattine, ovvero contenitori a forma di cilindro circolare retto, realizzati con fogli di latta. Se una lattina ha la capacità di 0,4 *litri*, quali devono essere le sue dimensioni in *centimetri*, affinché sia minima la quantità di latta necessaria per realizzarla? (Si trascuri lo spessore della latta).

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO SPERIMENTALE • P.N.I • 2005**

- 4** Detti V il volume del cilindro, r il suo raggio di base e h la sua altezza si sa che $V = \pi r^2 h$, quindi $h = \frac{V}{\pi r^2}$. La superficie $S(r)$ risulta invece

$$2\pi r h + 2\pi r^2 = 2\pi r \frac{V}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = 2\left(\frac{V}{r} + \pi r^2\right).$$

Affinché sia minima la quantità di materiale utilizzato per realizzare la lattina, deve essere minima la superficie.

Calcoliamo la derivata prima di $S(r)$. Si ha

$D(S(r)) = 2\left(2\pi r - \frac{V}{r^2}\right)$ che si annulla per $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. Dal segno della derivata si deduce che è un punto di minimo. Sostituendo $V = 400 \text{ cm}^3$ si ottiene $r \approx 4 \text{ cm}$ e quindi $h \approx 8 \text{ cm}$.