

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2007**

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario.

- 4** Un serbatoio di olio ha la stessa capacità del massimo cono circolare retto di apotema 1 metro. Si dica quanti litri di olio il serbatoio può contenere.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO DI ORDINAMENTO • 2007

4 Fissiamo l'unità di misura in metri.

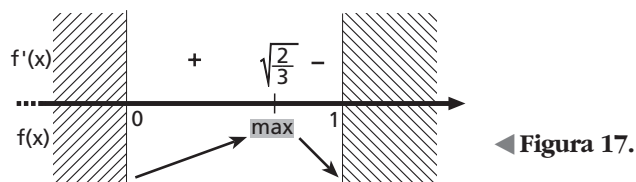
Si vuole determinare la capacità del massimo cono circolare retto di apotema 1. Poniamo x la misura del raggio della circonferenza di base del generico cono. I limiti geometrici sono $0 < x \leq 1$. L'altezza del cono vale $\sqrt{1-x^2}$ e quindi il volume del cono è

$$V_C = \frac{\pi}{3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{1-x^2}.$$

Al fine di trovare il massimo cono circolare retto, è necessario massimizzare la funzione $f(x) = \frac{\pi}{3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{1-x^2}$, la cui derivata prima vale:

$$f'(x) = \frac{\pi}{3} \left(2x\sqrt{1-x^2} + x^2 \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} \right) = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{4x(1-x^2) - 2x^3}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{2x-3x^3}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Tale derivata è positiva quando $2x-3x^3 > 0$, quindi, poiché $x > 0$, quando $2-3x^2 > 0$. Riportiamo l'andamento di $f'(x)$ nella figura 17.



◀ Figura 17.

Pertanto il punto di massimo è $x_2 = \sqrt{\frac{2}{3}}$ e il corrispondente valore massimo è il volume del massimo cono circolare retto di apotema 1, ossia

$$V_c = \frac{2\pi\sqrt{3}}{27}.$$

Ricordiamo di aver fissato l'unità di misura in metri, da cui segue che il serbatoio può contenere

$$\frac{2\pi\sqrt{3}}{27} \text{ m}^3 = \frac{2\pi\sqrt{3}}{27} 10^3 \text{ dm}^3 = \frac{2\pi\sqrt{3}}{27} 10^3 \ell \approx 402,06 \ell.$$