

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**  
**CORSO DI ORDINAMENTO • 2004**  
**Sessione straordinaria**

- 2** Dimostrare che, se due piani sono perpendicolari, ogni retta perpendicolare a uno di essi è parallela all'altro o è contenuta in esso.  
Si può concludere che ogni retta parallela a uno dei due piani è perpendicolare all'altro? Fornire un'esauriente spiegazione della risposta.

**2** Nella figura 8 sono rappresentati due piani  $\alpha$  e  $\beta$  perpendicolari tra loro. Sia  $r$  la loro intersezione. Preso un punto  $P$  appartenente a  $\beta$ , si mandi la retta  $s$ , perpendicolare al piano  $\alpha$ . Si vuole dimostrare che tale retta appartiene al piano  $\beta$ . Infatti, se non giacesse su  $\beta$ , mandando da  $P$  su  $\beta$  la perpendicolare alla retta  $r$ , essa risulterebbe perpendicolare al piano  $\alpha$  e allora dal punto  $P$  si potrebbero condurre due rette perpendicolari allo stesso piano  $\alpha$  e ciò è assurdo. Considerato il punto  $Q$  esterno al piano  $\beta$ , si tracci da esso la retta  $t$  perpendicolare al piano  $\alpha$ . Si vuole dimostrare che tale retta è parallela a  $\beta$ . Si considerino le rette  $s$  e  $t$ : esse sono perpendicolari allo stesso piano  $\alpha$ , pertanto, per un noto teorema, sono tra loro parallele. Ora, preso il piano passante per le rette parallele  $s$  e  $t$ , esso taglia il piano  $\beta$  lungo la retta  $s$  stessa; se la retta  $t$  non fosse parallela a  $\beta$ , lo dovrebbe quindi incontrare in un punto della retta  $s$ , ma ciò va contro al parallelismo delle rette  $r$  e  $s$ , pertanto la retta  $t$  è parallela al piano  $\beta$ , come volevasi dimostrare.

Viceversa, non si può dire che ogni retta parallela a uno dei due piani è perpendicolare all'altro. Infatti, si prenda, per esempio, la retta  $u$  passante per  $Q$  e parallela alla retta  $r$ ; essa è parallela al piano  $\beta$  e risulta anche parallela al piano  $\alpha$ , pertanto non può essere perpendicolare a quest'ultimo.

▼ Figura 8.

