

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**  
**CORSO DI ORDINAMENTO • 2002**  
**Sessione ordinaria**

- 7** Calcolare la derivata, rispetto ad  $x$ , della funzione  $f(x)$  tale che:

$$f(x) = \int_x^{x+1} \ln t dt, \text{ con } x > 0.$$

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME**  
**CORSO DI ORDINAMENTO • 2002**  
**Sessione ordinaria**

**7** Si consideri un valore  $x_0 > 0$  tale che  $x < x_0 < x+1$ . Per la proprietà dell'integrale rispetto all'intervallo di integrazione si può scrivere:

$$f(x) = \int_x^{x+1} \ln t \, dt = \int_x^{x_0} \ln t \, dt + \int_{x_0}^{x+1} \ln t \, dt = - \int_{x_0}^x \ln t \, dt + \int_{x_0}^{x+1} \ln t \, dt.$$

Per definizione della funzione integrale  $F(x) = \int_{x_0}^x \ln t \, dt$ , risulta:

$$f(x) = F(x+1) - F(x).$$

Derivando membro a membro e alla luce del teorema fondamentale del calcolo integrale si trova:

$$f'(x) = F'(x+1) - F'(x) = \ln(x+1) - \ln x = \ln \frac{x+1}{x}.$$