

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2008**

- 3** Un solido ha per base un cerchio di raggio 1. Ogni sezione del solido ottenuta con un piano perpendicolare a un prefissato diametro è un triangolo equilatero. Si calcoli il volume del solido.

## SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2008

**3** Il solido in questione è a base circolare, con raggio 1. Fissiamo un sistema cartesiano ortogonale il cui piano  $xy$  contenga il cerchio centrato nell'origine del sistema (figura 11).

Sia  $x_p$  l'ascissa di un generico punto  $P$  sul diametro sull'asse delle ascisse, con  $-1 \leq x_p \leq 1$ . Un piano passante per  $P$  e perpendicolare a tale diametro individua una corda  $AB$  di lunghezza:

$$AB = 2\sqrt{1 - x^2}.$$

Tale corda risulta essere uno dei tre lati del triangolo equilatero sezione del solido. La corrispondente altezza risulta:

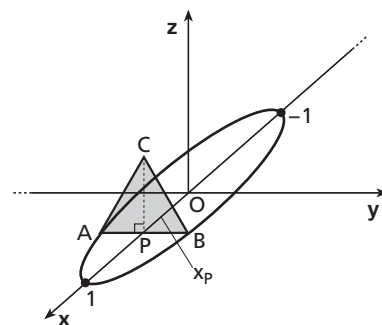
$$CP = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{1 - x^2} = \sqrt{3(1 - x^2)}.$$

La funzione area del triangolo è pertanto:

$$\text{Area}(ABC) = \frac{2\sqrt{1 - x^2} \cdot \sqrt{3(1 - x^2)}}{2} = \sqrt{3}(1 - x^2).$$

Integrando tra  $-1$  e  $1$  questa funzione, otteniamo il volume del solido:

$$V = \int_{-1}^1 \sqrt{3}(1 - x^2) dx = \sqrt{3} \left[ x - \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^1 = \frac{4}{3} \sqrt{3}.$$



▲ Figura 11.