**6** Determinare il più grande valore del parametro reale $m$ per cui il valore del seguente integrale:

$$\int_0^m \frac{2x-3m}{x-2m}\,dx$$

non supera 24.

 

**6** Inizialmente si pone $m > 0$. La funzione integranda è razionale fratta ed è continua nell'intervallo di integrazione. Eseguendo la divisione tra il numeratore e il denominatore, si trova:

$$\frac{2x-3m}{x-2m} = 2 + \frac{m}{x-2m}.$$

Pertanto si può scrivere:

$$\int_0^m \frac{2x-3m}{x-2m}\,dx = \int_0^m \left(2 + \frac{m}{x-2m}\right)dx =$$

$$= \int_0^m \left(2 - \frac{m}{2m-x}\right)dx = [2x + m\ln(2m-x)]_0^m = 2m + m\ln m - m\ln 2m = 2m - m\ln 2 = m(2-\ln 2).$$

Posto $I = m(2-\ln 2)$, si tratta di una funzione di diretta proporzionalità in $m$, perciò l'integrale $I$ non supera 24 se $m(2-\ln 2) \leq 24$ ovvero se $m \leq \frac{24}{2-\ln 2}$. Il valore più grande cercato di $m$ è pertanto $\frac{24}{2-\ln 2}$.
Si osserva che è inutile discutere il caso di $m$ minore di zero, in quanto bisogna trovare il valore massimo di $m$ per cui l'integrale $I$ non superi 24.

 