

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO DI ORDINAMENTO • 2004  
Sessione suppletiva**

**8** Sia  $f(x)$  una funzione reale di variabile reale continua su tutto l'asse reale. Si conosce il valore dell'integrale  $\int_0^3 f(x) dx$ . È allora possibile calcolare:

A)  $\int_0^3 f\left(\frac{x}{3}\right) dx$ ;    B)  $\int_0^3 f(3x) dx$ ;    C)  $\int_0^1 f\left(\frac{x}{3}\right) dx$ ;    D)  $\int_0^1 f(3x) dx$ .

Una sola risposta è corretta. Individuarla e fornire un'esauriente spiegazione della scelta operata.

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME**  
**CORSO DI ORDINAMENTO • 2004**  
**Sessione suppletiva**

- 8** Sia  $I = \int_0^3 f(x) dx$ . Condizione necessaria affinché, noto  $I$ , sia possibile calcolare uno degli integrali dati, è che gli intervalli in cui varia l'argomento di  $f$  siano uguali. Questa considerazione ci porta ad escludere gli integrali  $\int_0^3 f\left(\frac{x}{3}\right) dx$ ,  $\int_0^3 f(3x) dx$  e  $\int_0^1 f\left(\frac{x}{3}\right) dx$ , essendo rispettivamente  $[0; 1]$ ,  $[0; 9]$ , e  $\left[0; \frac{1}{3}\right]$  gli intervalli in cui varia l'argomento di  $f$ . L'argomento di  $f$  nell'integrale  $\int_0^1 f(3x) dx$  è invece l'intervallo  $[0; 3]$ . Calcoliamo per sostituzione  $\int_0^1 f(3x) dx$ . Poniamo  $t = 3x$ , allora  $x = \frac{1}{3}t \rightarrow dx = \frac{1}{3}dt$  e per  $x = 0 \rightarrow t = 0$ , per  $x = 1 \rightarrow t = 3$ . Quindi:  $\int_0^1 f(3x) dx = \int_0^3 f(t) \frac{1}{3} dt = \frac{1}{3} \int_0^3 f(t) dt = \frac{1}{3} I$  e la risposta esatta è la D).