

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**  
**CORSO DI ORDINAMENTO • 2002**  
**Sessione ordinaria**

**10** La funzione reale di variabile reale  $f(x)$ , continua per ogni  $x$ , è tale che:

$$\int_0^2 f(x) dx = a, \quad \int_0^6 f(x) dx = b,$$

dove  $a, b$  sono numeri reali.

Determinare, se esistono, i valori  $a, b$  per cui risulta:

$$\int_0^3 f(2x) dx = \ln 2 \quad \text{e} \quad \int_1^3 f(2x) dx = \ln 4.$$

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME**  
**CORSO DI ORDINAMENTO • 2002**  
**Sessione ordinaria**

**10** Considerati gli integrali  $\int_0^3 f(2x) dx = \ln 2$  e  $\int_1^3 f(2x) dx = \ln 4$ , si compia il cambiamento di variabile  $2x = t$ :

Se  $x = \frac{t}{2}$ ,  $dx = \frac{1}{2} dt$  quindi

$$\int_0^3 f(2x) dx = \ln 2 \rightarrow \frac{1}{2} \int_0^6 f(t) dt = \ln 2 \rightarrow \int_0^6 f(t) dt = \ln 4;$$

$$\int_1^3 f(2x) dx = \ln 4 \rightarrow \frac{1}{2} \int_2^6 f(t) dt = \ln 4 \rightarrow \int_2^6 f(t) dt = \ln 16;$$

Sottraendo membro a membro le due uguaglianze, si ottiene:  $\int_0^2 f(t) dt = -\ln 4$ .

Ora, poiché  $\int_0^2 f(x) dx = a$  e  $\int_0^6 f(x) dx = b$ , si conclude per confronto che  $a = -\ln 4$  e  $b = \ln 4$ .