SECONDA PROVA DI MATEMATICA
22 giugno 2023

Svolgimento

Quesito 2

Sappiamo che ciascuna faccia pari si presenta con probabilità doppia rispetto a ciascuna faccia dispari e che gli eventi sono incompatibili.
Indichiamo con p la probabilità di ottenere, in un lancio, una faccia dispari. I numeri dispari sono 1, 3 e 5.
Quindi $2p$ è la probabilità di ottenere una faccia pari. I numeri pari sono 2, 4 e 6.
Poiché la somma delle probabilità dei singoli eventi elementari deve essere pari a 1, si ha:

$$p + 2p + p + 2p + p + 2p = 1 \to 9p = 1 \to p = \frac{1}{9} \text{ e } 2p = \frac{2}{9}.$$

Se consideriamo gli eventi:

- E_1: « Esce il numero 1 »
- E_2: « Esce il numero 2 »
- E_3: « Esce il numero 3 »
- E_4: « Esce il numero 4 »
- E_5: « Esce il numero 5 »
- E_6: « Esce il numero 6 »

si ha quindi:

$$p(E_1) = p(E_3) = p(E_5) = \frac{1}{9}$$
$$p(E_2) = p(E_4) = p(E_6) = \frac{2}{9}$$

Per calcolare le probabilità richiesta, applichiamo il teorema della probabilità della somma logica di eventi incompatibili.
Poiché i numeri primi che si possono ottenere in un lancio del dado sono 2, 3 e 5, la probabilità di ottenere un numero primo è

$$p(E_2 \cup E_3 \cup E_5) = p(E_2) + p(E_3) + p(E_5) = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}.$$

La probabilità di ottenere un numero almeno pari a 3 è:

$$p(E_3 \cup E_4 \cup E_5 \cup E_6) = p(E_3) + p(E_4) + p(E_5) + p(E_6) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$

La probabilità di ottenere un numero al più pari a 3 è:

$$p(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = p(E_1) + p(E_2) + p(E_3) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}.$$