
SECONDA PROVA DI MATEMATICA

20 giugno 2024

Svolgimento

Quesito 3

- Per determinare le coordinate del punto H , scriviamo l'equazione della retta r passante per H e perpendicolare al piano π , per poi intersecarla con il piano stesso.

Poiché la retta r è perpendicolare al piano π , possiamo prendere come vettore direzione di r il vettore $(3; -2; 0)$, che si ottiene dai coefficienti di x, y, z nell'equazione del piano.

Poiché la retta r passa per il punto $P(4; 2; 1)$, la sua equazione parametrica sarà:

$$r : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$$

Intersechiamo ora la retta r con il piano π :

$$3(4 + 3t) - 2(2 - 2t) + 5 = 0 \rightarrow 12 + 9t - 4 + 4t + 5 = 0 \rightarrow 13t = -13 \rightarrow t = -1.$$

Dunque, sostituendo $t = -1$ nell'equazione della retta, otteniamo le coordinate del punto H :

$$H(1, 4, 1).$$

- L'intersezione è data dalla soluzione del sistema:

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \\ z - 2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ x = y - 1 \\ z = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3(y - 1) - 2y + 5 = 0 \\ x = y - 1 \\ z = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = -3 \\ z = 2 \end{cases}$$

Dunque, il piano π e la retta s si intersecano in un punto di coordinate $(-3; -2; 2)$.