
SECONDA PROVA DI MATEMATICA

19 giugno 2025

Svolgimento

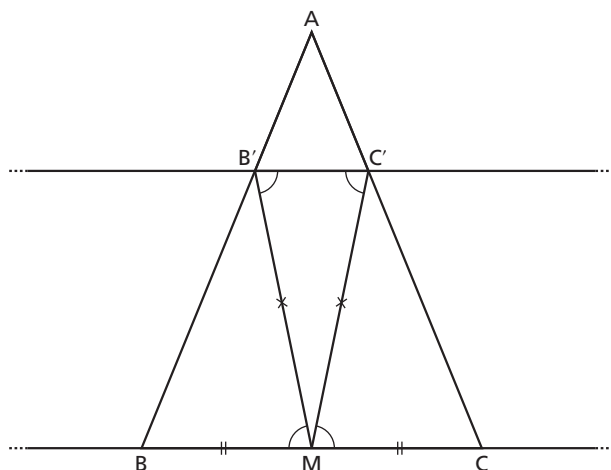
Quesito 1

Ipotesi

1. $BM \cong MC$
2. $AB' = \frac{1}{3}AB$
3. $AC' = \frac{1}{3}AC$
4. $MB' \cong MC'$

Tesi

- $AB \cong AC$



Dimostrazione.

Dalle ipotesi 2 e 3 segue che $AB':B'B = AC':C'C$.

Quindi, per l'inverso di un corollario del teorema di Talete, abbiamo $B'C' \parallel BC$.

Consideriamo gli angoli evidenziati nella figura sopra.

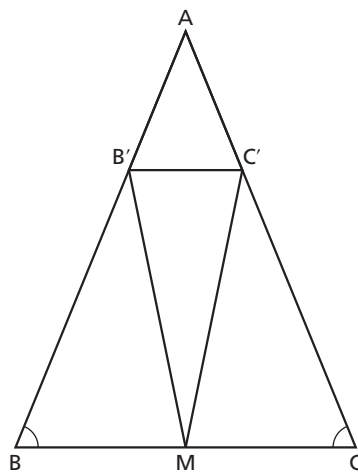
- Dall'ipotesi 4 segue che il triangolo $MB'C'$ è isoscele sulla base $B'C'$. Quindi, per il teorema del triangolo isoscele, $\hat{M}B'C' \cong \hat{M}C'B'$.
- Consideriamo le rette parallele $B'C'$ e BC , tagliate dalla trasversale MB' : abbiamo $\hat{B}MB' \cong \hat{M}B'C'$ perché angoli alterni interni.
- Analogamente, consideriamo ancora le rette parallele $B'C'$ e BC , tagliate dalla trasversale MC' : abbiamo $\hat{C}MC' \cong \hat{M}C'B'$ perché angoli alterni interni.

Pertanto si ha $\widehat{BMB'} \cong \widehat{MB'C'} \cong \widehat{MC'B'} \cong \widehat{MC'C'}$. Quindi, per la proprietà transitiva della congruenza, anche $\widehat{BMB'} \cong \widehat{MC'C'}$.

Consideriamo i triangoli BMB' e CMC' . Essi hanno:

- $BM \cong MC$ per l'ipotesi 1;
- $MB' \cong MC'$ per l'ipotesi 4;
- $\widehat{BMB'} \cong \widehat{MC'C'}$ per dimostrazione precedente.

Quindi i triangoli BMB' e CMC' sono congruenti per il primo criterio di congruenza dei triangoli. In particolare, $\widehat{B} \cong \widehat{C}$.



Infine, per l'inverso del teorema del triangolo isoscele, il triangolo ABC è isoscele sulla base BC , cioè $AB \cong AC$.