
SECONDA PROVA DI MATEMATICA

19 giugno 2025

Svolgimento

Quesito 2

Chiamiamo S la superficie sferica assegnata.

Per determinare la posizione relativa del piano π rispetto a S , calcoliamo la distanza di π dal centro C di S e la confrontiamo con il raggio r di S .

Dall'equazione data ricaviamo che S ha centro $C(1; 2; 0)$ e raggio $r = 1$.

Calcoliamo la distanza h di π da C :

$$h = \frac{|1 \cdot 1 + (-2) \cdot 2 + (-2) \cdot 0 + d|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{|1 - 4 + d|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{|d - 3|}{3}.$$

Il piano π , rispetto a S , è:

- secante se $h < r$, cioè se

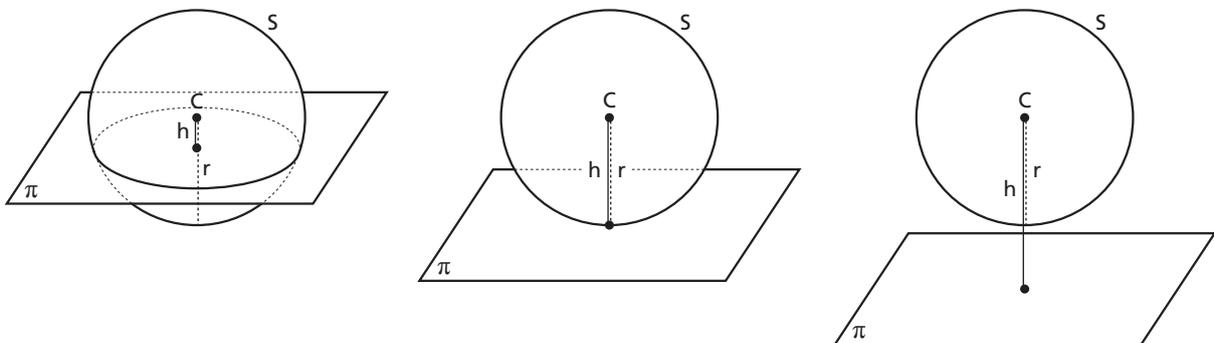
$$\frac{|d - 3|}{3} < 1 \rightarrow |d - 3| < 3 \rightarrow -3 < d - 3 < 3 \rightarrow 0 < d < 6;$$

- tangente se $h = r$, cioè se

$$\frac{|d - 3|}{3} = 1 \rightarrow |d - 3| = 3 \rightarrow d - 3 = \pm 3 \rightarrow d = 0 \vee d = 6;$$

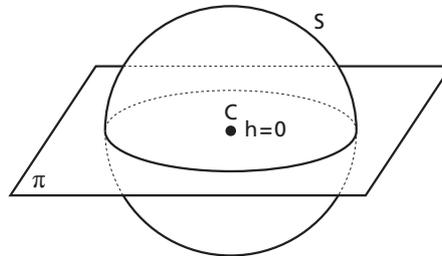
- esterno se $h > r$, cioè se

$$\frac{|d - 3|}{3} > 1 \rightarrow |d - 3| > 3 \rightarrow d - 3 < -3 \vee d - 3 > 3 \rightarrow d < 0 \vee d > 6.$$



Il piano π divide la sfera in due parti uguali se e solo se passa per il suo centro C , cioè se

$$h = 0 \rightarrow \frac{|d - 3|}{3} = 0 \rightarrow d = 3.$$



Possiamo calcolare il valore di d anche imponendo che C giaccia su π . Sostituiamo le coordinate di C nell'equazione di π e risolviamo:

$$1 \cdot 1 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 0 + d = 0 \rightarrow -3 + d = 0 \rightarrow d = 3.$$