SECONDA PROVA DI MATEMATICA E FISICA

20 giugno 2019

Svolgimento

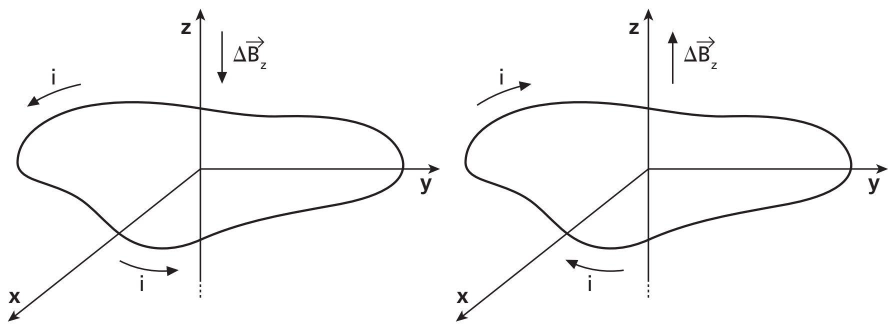
# Quesito 6

In un sistema di riferimento cartesiano $xyz$ supponiamo che il campo magnetico $\vec{B}$ sia diretto lungo $z$, e quindi la spira giaccia lungo il piano $x$-$y$. Poiché la superficie della spira non varia, la variazione $\Delta\Phi(\vec{B})$ del flusso di $\vec{B}$ attraverso di essa è determinata dalla variazione della componente $B_z$ del campo magnetico lungo l'asse $z$. Per la legge di Faraday-Neumann la variazione di flusso nel tempo provoca una corrente indotta nella spira. Detta $R$ la resistenza della spira, la legge per l'intensità media $i$ della corrente indotta è la seguente:

$$i = -\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$$

in cui il segno meno esprime la legge di Lenz che determina il verso della corrente.
Ci sono due casi possibili:

- $B_z$ diminuisce (vedi casi a) e c)) e $i$ scorre in senso antiorario, come nella prima figura. Così la corrente indotta $i$ genera un campo magnetico parallelo e concorde con l'asse $z$, che contrasta la variazione (negativa) di $B_z$.
- $B_z$ aumenta (vedi caso b)) e $i$ scorre in senso orario, come nella seconda figura. Così la corrente indotta $i$ genera un campo magnetico parallelo e discorde rispetto all'asse $z$, che contrasta la variazione (positiva) di $B_z$.




Calcoliamo la corrente indotta media nei tre casi richiesti.

(a) Dal grafico vediamo che all'intervallo di tempo $\Delta t = (3{,}0 - 0{,}0)\,\text{ms} = 3{,}0 \cdot 10^{-3}\,\text{s}$ corrisponde la seguente variazione di $B_z$:

$$\Delta B_z = (-0{,}20 - 0{,}00)\,\text{mT} = -2{,}0 \cdot 10^{-4}\,\text{T}$$

La corrispondente variazione di flusso è il prodotto di $\Delta B_z$ per l'area $A = 30\,\text{cm}^2 = 3{,}0 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2$ della superficie della spira:

$$\Delta\Phi(\vec{B}) = A\Delta B_z = \left(3{,}0 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2\right)\left(-2{,}0 \cdot 10^{-4}\,\text{T}\right) = -6{,}0 \cdot 10^{-7}\,\text{Wb}$$

Dalla legge di Faraday-Neumann con $R = 4{,}0\,\mathrm{m}\Omega = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\,\Omega$ otteniamo quindi

$$i = -\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} = -\frac{1}{4{,}0 \cdot 10^{-3}\,\Omega}\left(\frac{-6{,}0 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Wb}}{3{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}}\right) = 5{,}0 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{A}$$

Analogamente i casi successivi:

(b)

$$\begin{aligned}
\Delta t &= (5{,}0 - 3{,}0)\,\mathrm{ms} = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s} \\
\Delta B_z &= \left[0{,}20 - (-0{,}20)\right]\,\mathrm{mT} = 4{,}0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T} \\
\Delta\Phi(\vec{B}) &= \left(3{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2\right)\left(4{,}0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}\right) = 1{,}2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{Wb} \\
i &= -\frac{1}{4{,}0 \cdot 10^{-3}\,\Omega}\frac{1{,}2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{Wb}}{2{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}} = -0{,}15\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}
\Delta t &= (10{,}0 - 5{,}0)\,\mathrm{ms} = 5{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s} \\
\Delta B_z &= (0{,}00 - 0{,}20)\,\mathrm{mT} = -2{,}0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T} \\
\Delta\Phi(\vec{B}) &= \left(3{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2\right)\left(-2{,}0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}\right) = -6{,}0 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Wb} \\
i &= -\frac{1}{4{,}0 \cdot 10^{-3}\,\Omega}\left(\frac{-6{,}0 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Wb}}{5{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}}\right) = 3{,}0 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$