

---

---

## SECONDA PROVA DI MATEMATICA E FISICA

20 giugno 2019

### Svolgimento

---

---

#### Quesito 7

Indichiamo con  $S$  il sistema di riferimento del laboratorio e con  $(x, t)$  le sue coordinate spazio-temporali. Indichiamo con  $S'$  il sistema di riferimento solidale con la navicella, e con  $(x', t')$  le sue coordinate spazio-temporali.

Le due osservazioni della particella in  $S$  sono eventi di coordinate:

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ t_1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m} \\ t_2 = 2,0 \text{ ns} = 2,0 \cdot 10^{-9} \text{ s} . \end{cases}$$

Assumendo che  $S$  e  $S'$  coincidano a  $t = t' = 0$ , gli stessi eventi, nel sistema  $S'$ , hanno coordinate iniziali:

$$\begin{cases} x'_1 = 0 \\ t'_1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x'_2 \text{ da determinare} \\ t'_2 \text{ da determinare} . \end{cases}$$

La velocità media della particella nel sistema  $S$  è:

$$v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0,25 \text{ m}}{2,0 \cdot 10^{-9} \text{ s}} .$$

Moltiplicando e dividendo per  $c$  otteniamo:

$$v_m = \frac{0,25 \text{ m}}{2,0 \cdot 10^{-9} \text{ s}} \cdot \frac{c}{3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = \frac{5}{12} c .$$

Componiamo relativisticamente  $v_m$  con la velocità  $v = 0,80c = \frac{4}{5}c$  di  $S'$  rispetto a  $S$  e otteniamo la velocità media  $v'_m$  della particella in  $S'$ :

$$v'_m = \frac{v_m - v}{1 - \frac{v_m v}{c^2}} = \frac{\frac{5}{12}c - \frac{4}{5}c}{1 - \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{5}} = -\frac{23}{40}c .$$

Il coefficiente di dilatazione per passare da  $S$  a  $S'$  è

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{16}{25}}} = \frac{5}{3} .$$

Usiamo le trasformazioni di Lorentz per trovare  $x'_2$  e  $t'_2$ :

$$\begin{cases} x'_2 = \gamma (x_2 - vt_2) \\ t'_2 = \gamma \left( t_2 - \frac{vx_2}{c^2} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x'_2 = \frac{5}{3} \left[ 0,25 \text{ m} - \frac{4}{5} c (2,0 \cdot 10^{-9} \text{ s}) \right] = -0,38 \text{ m} \\ t'_2 = \frac{5}{3} \left[ 2,0 \cdot 10^{-9} \text{ s} - \frac{4(0,25 \text{ m})}{5c} \right] = 2,2 \cdot 10^{-9} \text{ s} . \end{cases}$$

La distanza e l'intervallo di tempo misurati in  $S'$  sono quindi:

$$\begin{cases} |\Delta x'| = |x'_2 - x'_1| = |x'_2| = 0,38 \text{ m} \\ \Delta t' = t'_2 - t'_1 = t'_2 = 2,2 \cdot 10^{-9} \text{ s} . \end{cases}$$

Notiamo che non è corretto applicare tra  $S$  e  $S'$  le formule della dilatazione dei tempi e della contrazione delle lunghezze. Infatti in nessuno dei due sistemi di riferimento i due eventi hanno luogo nello stesso punto, né sono simultanei.