
SECONDA PROVA DI MATEMATICA E FISICA

20 giugno 2019

Svolgimento

Quesito 8

La velocità \vec{v} del protone è la somma di un vettore \vec{v}_{\parallel} parallelo al campo magnetico \vec{B} e di un vettore \vec{v}_{\perp} a esso perpendicolare.

La componente circolare del moto è determinata dalla forza di Lorentz $\vec{F} = e\vec{v} \times \vec{B}$, il cui modulo è $F = ev_{\perp}B$. La forza di Lorentz è una forza centripeta e, per la seconda legge di Newton, $F = m_p \frac{v_{\perp}^2}{r}$, con r raggio del moto.

Vale quindi la seguente uguaglianza: $ev_{\perp}B = m_p \frac{v_{\perp}^2}{r}$. Da essa ricaviamo $v_{\perp} = \frac{reB}{m_p}$.

Il periodo della componente circolare del moto è $T = \frac{2\pi r}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m_p}{eB}$.

Il passo dell'elica, cioè lo spostamento compiuto dal protone nella direzione del campo magnetico nel tempo T è $\Delta x = v_{\parallel}T$.

Ricaviamo v_{\parallel} da questa equazione e sostituiamo l'espressione di T : $v_{\parallel} = \frac{\Delta x}{T} = \frac{\Delta x e B}{2\pi m_p}$.

Ora che abbiamo espresso le due componenti della velocità \vec{v} in funzione delle grandezze note, possiamo calcolare il modulo di \vec{v} :

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2} = \frac{eB}{m_p} \sqrt{r^2 + \left(\frac{\Delta x}{2\pi}\right)^2}.$$

Sostituendo i dati otteniamo:

$$v = \frac{(1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C})(1,00 \cdot 10^{-3} \text{ T})}{1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \sqrt{(0,105 \text{ m})^2 + \left(\frac{0,381 \text{ m}}{2\pi}\right)^2} = 1,16 \cdot 10^4 \text{ m/s}.$$

L'angolo α formato dai vettori \vec{B} e \vec{v} è:

$$\alpha = \arctan \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} = \arctan \frac{2\pi r}{\Delta x} = \arctan \frac{2\pi(0,105 \text{ m})}{0,381 \text{ m}} = 60,0^\circ.$$

