



MATEMATICA

Il coseno di un angolo

Angoli orientati

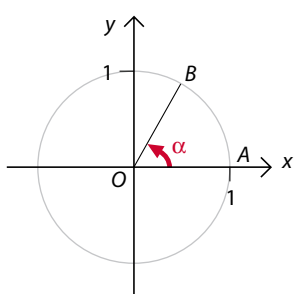
La circonferenza che ha il centro nell'origine degli assi cartesiani e il raggio uguale a 1 si chiama *circonferenza goniometrica* [→ figura a]. Facciamo ruotare la semiretta OA , facendole descrivere l'angolo α in *senso antiorario*. Per convenzione diciamo che questo angolo orientato è positivo. Naturalmente, angoli percorsi in *senso orario* saranno considerati negativi.

Nel sistema sessagesimale, l'angolo si misura in *gradi* (simbolo $^\circ$).

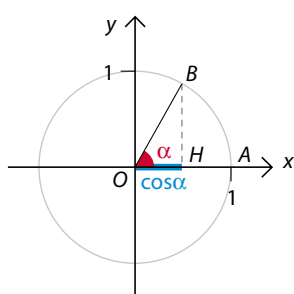
La definizione di coseno

Il segmento OB è il raggio della circonferenza goniometrica. Mandiamo dal punto B la perpendicolare all'asse orizzontale e otteniamo il punto H ; il segmento OH è l'ascissa di B [→ figura b].

L'ascissa del punto B si chiama coseno dell'angolo α .



a L'angolo α descritto in senso antiorario è, per convenzione, positivo.



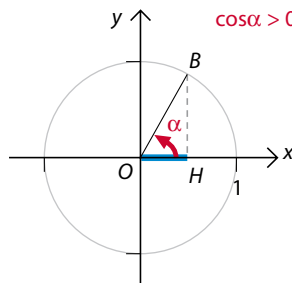
b H è la proiezione di B sull'asse x ; OH è il coseno di α .

Come varia il coseno al variare di α ?

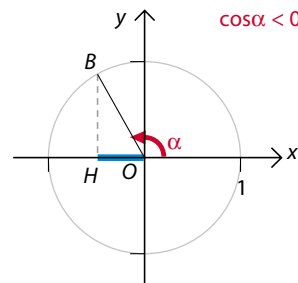
Per far variare α basta far girare il punto B sulla circonferenza e vedere che cosa succede alla sua ascissa.

- Nel primo quadrante [→ figura c] il coseno è positivo, perché l'ascissa di B è positiva. Mentre l'angolo aumenta, il valore del coseno diminuisce; quando $\alpha = 90^\circ$ il coseno è zero.
- Nel secondo quadrante [→ figura d] il coseno è negativo, perché l'ascissa di B è negativa; diminuisce finché assume il valore -1 per $\alpha = 180^\circ$.
- Anche nel terzo quadrante [→ figura e] il coseno è negativo, ma cresce finché assume il valore 0 per $\alpha = 270^\circ$.
- Infine, nel quarto quadrante [→ figura f] il coseno è positivo; aumenta fino ad assumere il valore $+1$ quando $\alpha = 360^\circ$.

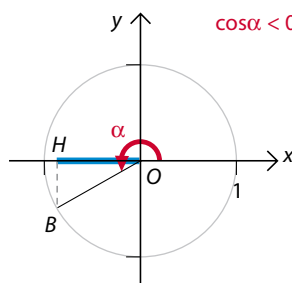
In pratica il coseno di un angolo varia tra -1 e $+1$, estremi compresi.



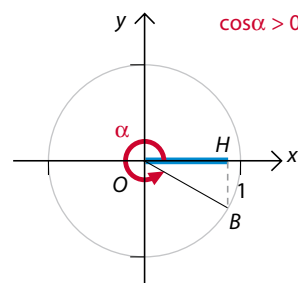
c Primo quadrante: l'ascissa di B è positiva, diminuisce da 1 a 0 .



d Secondo quadrante: l'ascissa di B è negativa, diminuisce da 0 a -1 .



e Terzo quadrante: l'ascissa di B è negativa; aumenta da -1 a 0 .



f Quarto quadrante: l'ascissa di B è positiva; aumenta fino a $+1$.

Il coseno nel triangolo rettangolo

Il coseno di un angolo α si indica $\cos\alpha$. Per esempio, per indicare il coseno di 25° scriveremo $\cos 25^\circ$.

Per la definizione di coseno, nella circonferenza goniometrica il coseno dell'angolo α è: $\cos\alpha = OH$.

Poiché il raggio OB è uguale a 1 , possiamo anche scrivere:

$$\cos\alpha = \frac{OH}{OB}$$

La divisione per 1 è lecita perché non cambia il valore della grandezza.

Fissiamo ora l'attenzione sul triangolo rettangolo OHB e osserviamo che OH è il cateto adiacente all'angolo α , OB è l'ipotenusa. Allora possiamo dire che il coseno dell'angolo α è il rapporto tra il cateto adiacente all'angolo e l'ipotenusa.

Si può dimostrare che il rapporto OH/OB non dipende dal raggio della circonferenza, ma solo dall'angolo α , perciò la proprietà è valida per qualunque triangolo rettangolo.

In un triangolo rettangolo, il coseno di un angolo acuto è uguale al rapporto tra il cateto adiacente all'angolo e l'ipotenusa.