

Il moto parabolico

IDEA-CHIAVE Il moto parabolico è la composizione di due moti simultanei, uno accelerato verticale e l'altro uniforme orizzontale, indipendenti fra loro.

Il moto di un corpo lanciato con velocità orizzontale

Consideriamo una biglia che rotola su un tavolo e poi lo abbandona con velocità orizzontale.

La \rightarrow figura 1 rappresenta il moto della biglia a intervalli di tempo di un decimo di secondo. Possiamo notare che, abbandonato il tavolo, la biglia è soggetta *simultaneamente* a due movimenti, uno orizzontale e l'altro verticale; tali movimenti sono indipendenti fra loro.

Se l'attrito dell'aria è trascurabile, il moto orizzontale della biglia è uniforme perché in tempi uguali percorre spazi uguali (le posizioni che assume sono equidistanti); il moto verticale è uniformemente accelerato (in tempi uguali percorre spazi via via crescenti).

Indichiamo con v_0 la velocità iniziale, cioè quella con cui la biglia abbandona il piano del tavolo.

Disegniamo un sistema di assi con il centro nel punto di lancio e con l'asse verticale orientato verso il basso, come nella \rightarrow figura 2. Facciamo l'ipotesi che al tempo $t = 0$ s la biglia si trovi nell'origine degli assi.

Il moto orizzontale è uniforme con velocità v_0 . Al tempo generico t , lo spostamento orizzontale s_x si calcola con la legge oraria:

$$s_x = v_0 \cdot t$$

Lungo la direzione verticale la biglia si comporta come un qualunque oggetto in caduta libera e cioè si muove con l'accelerazione di gravità: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Lo spostamento verticale s_y si calcola con la legge oraria:

$$s_y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

ESEMPIO 1 Se la biglia ha una velocità iniziale di 2,0 m/s, dopo 0,1 s, gli spostamenti sono:

$$s_x = v_0 \cdot t = (2,0 \text{ m/s}) \times (0,1 \text{ s}) = 0,2 \text{ m}$$

$$s_y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 0,5 \times (9,8 \text{ m/s}^2) \times (0,1 \text{ s})^2 = 0,049 \text{ m}$$

La traiettoria del moto

La traiettoria è l'insieme dei punti per cui passa la biglia mentre cade. Ogni punto è individuato da due coordinate s_x ed s_y . Supponiamo che la biglia abbia la velocità iniziale di 2,0 m/s e che tocchi il suolo dopo 0,4 secondi. Mediante le due leggi orarie possiamo calcolare sia la distanza orizzontale sia quella verticale e costruire la tabella seguente.

Tempo (s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4
s_x (m)	0	0,2	0,4	0,6	0,8
s_y (m)	0	0,049	0,196	0,441	0,784

Riportando in un grafico s_y in funzione di s_x , si ottiene la traiettoria del moto [\rightarrow figura 2], che è una parabola, perciò il moto si dice *parabolico*.

Figura 1 Nella caduta, la biglia è soggetta a due movimenti indipendenti, uno orizzontale e uno verticale.

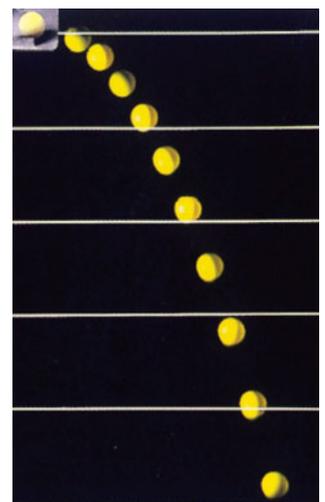
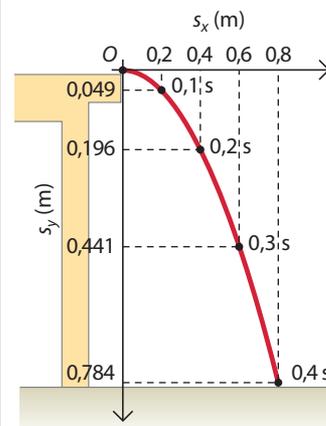


Figura 2 Moto orizzontale uniforme + moto verticale uniformemente accelerato = moto parabolico.



METODO

La velocità è un vettore, quindi si può scomporre in due componenti \vec{v}_x e \vec{v}_y , tali che $\vec{v}_x + \vec{v}_y = \vec{v}$.

Figura 3
Lancio di un proiettile.

Il moto di un proiettile

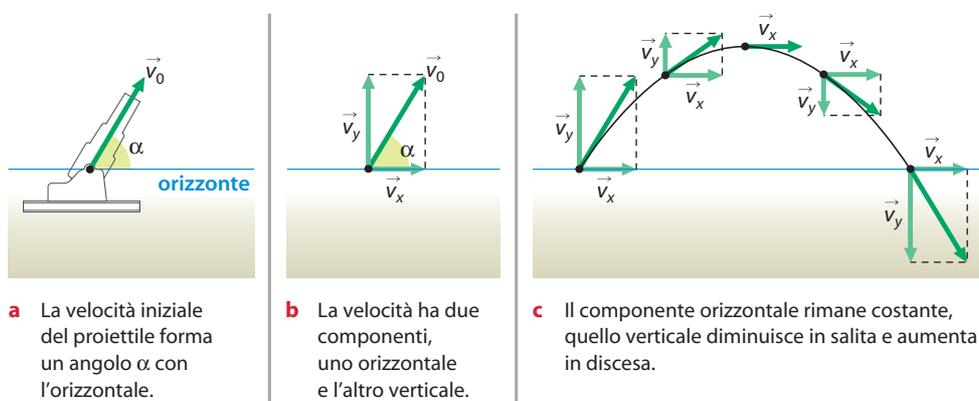
Consideriamo il moto di un proiettile lanciato con una velocità iniziale che forma un angolo α diverso da zero rispetto alla linea orizzontale [→ figura 3a]. La trattazione matematica del moto è più complessa, perché all'istante iniziale c'è sia una componente orizzontale della velocità sia una componente verticale [→ figura 3b].

Il valore delle due componenti dipende dall'angolo α :

$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$$
$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha$$

La componente orizzontale v_x rimane costante; perciò, in tempi uguali, il proiettile percorre spazi orizzontali uguali.

La componente verticale v_y diminuisce, fino a quando il proiettile arriva nel punto di massima altezza, dove v_y è nulla; torna ad aumentare quando il proiettile ricade [→ figura 3c]. Se l'attrito è trascurabile, anche in questo caso la traiettoria è una parabola, come nel lancio orizzontale.



Si può dimostrare che lo spostamento orizzontale, detto *gittata*, è proporzionale al prodotto delle due componenti della velocità:

$$s_x = \frac{2 \cdot v_x \cdot v_y}{g}$$

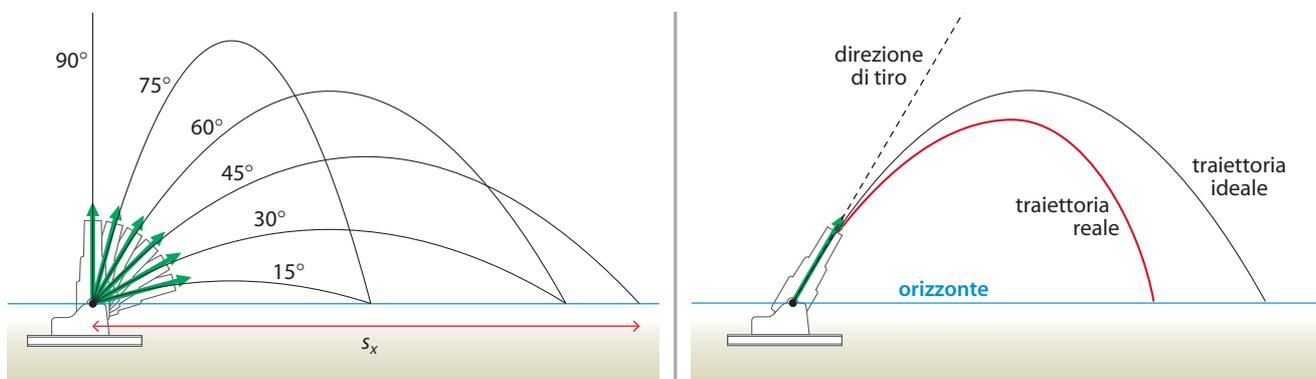
L'altezza massima raggiunta dal proiettile si calcola con la formula:

$$h_{max} = \frac{v_y^2}{2g}$$

Fissato il modulo della velocità iniziale, il valore di s_x dipende dall'angolo di lancio α ed è massimo quando l'angolo è circa 45° [→ figura 4a].

In presenza di attrito, la traiettoria non è parabolica e la gittata è minore di quella calcolata sopra [→ figura 4b].

Figura 4
Gittata nel moto di un proiettile.

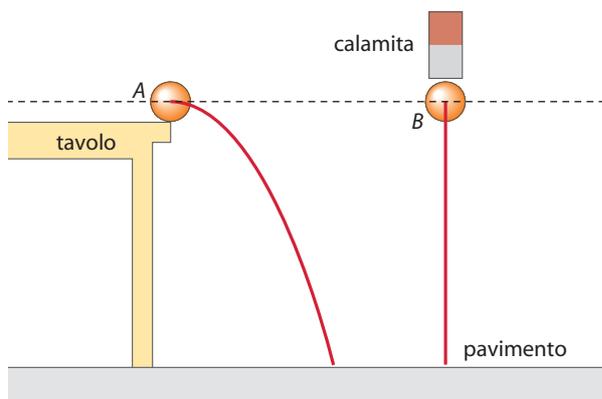


a La gittata varia con l'angolo di lancio del proiettile; assume il valore massimo quando l'angolo è circa 45° .

b L'attrito dell'aria fa diminuire la gittata; la traiettoria reale è più bassa.

Il moto di un corpo lanciato con velocità orizzontale

- 1 **Vero o falso?** Queste affermazioni si riferiscono al moto di un corpo lanciato con velocità orizzontale.
 - a) Il moto orizzontale è indipendente da quello verticale. V F
 - b) Il moto orizzontale ha accelerazione nulla. V F
 - c) Il moto verticale ha accelerazione nulla. V F
 - d) Il moto complessivo è la composizione dei moti orizzontale e verticale. V F
- 2 Una mela rotolando su un tavolo alto 85 cm con velocità 0,40 m/s, cade al suolo.
 - ▶ Rappresenta la situazione con un disegno.
 - ▶ Quanto tempo impiega per toccare terra?
 - ▶ A che distanza dalla base del tavolo cade?
- 3 Un pallone, che si muove su un terrazzo con la velocità v_0 , cade e raggiunge il suolo.
 - ▶ Il tempo che impiega per arrivare al suolo dipende dalla velocità v_0 , dall'altezza del terrazzo oppure da entrambi?
- 4 Un aereo che viaggia parallelamente al suolo, sgancia un pacco di viveri quando è alla quota di 500 m. Il pacco cade a 1,0 km dal punto in cui è stato sganciato.
 - ▶ Quanto tempo impiega il pacco a toccare terra?
 - ▶ Qual è la velocità dell'aereo in km/h?
- 5 Un cacciatore, che si trova su una collina, spara un colpo. Il proiettile parte con una velocità orizzontale di 200 m/s e raggiunge il bersaglio posto a una distanza di 2,5 km.
 - ▶ A quale altezza si trova la canna del fucile rispetto alla posizione del bersaglio?
- 6 Le due sfere della figura sono alla stessa altezza. La sfera A lascia il tavolo con velocità orizzontale nello stesso istante in cui la sfera B lascia la calamita.



- ▶ Quale sfera arriva prima sul pavimento?
- 7 Un bambino spara un tappo di plastica con una pistola-giocattolo per colpire un bicchiere che si trova a 4,5 metri di distanza.

Il tappo viene sparato in direzione orizzontale con una velocità di 8,0 m/s; durante il tiro, la pistola si trova a 1,6 m da terra.

- ▶ Il tappo colpisce il bicchiere?

La traiettoria del moto

- 8 Una biglia viene lanciata con velocità orizzontale di 10 m/s e impiega 5 secondi per arrivare al suolo.
 - ▶ Completa la tabella seguente.

t (s)	1	2	3	4	5
s_x (m)
s_y (m)

- ▶ Disegna la traiettoria su un foglio di carta millimetrata.
- 9 Nella vita quotidiana ci sono diversi esempi di moti parabolici.
 - ▶ Elencane qualcuno.

Il moto di un proiettile

- 10 Un proiettile si muove con una velocità di 12 m/s e un angolo di 60° rispetto all'asse x.
 - ▶ Quali sono le componenti della velocità lungo i due assi?
 - ▶ Quale altezza raggiunge il proiettile?
- 11 Un calciatore colpisce il pallone e gli imprime una velocità di 20 m/s che forma un angolo di 50° rispetto all'orizzontale.
 - ▶ Rappresenta la situazione con un disegno.
 - ▶ Calcola le componenti della velocità iniziale.
 - ▶ Qual è l'altezza massima che raggiunge il pallone?
 - ▶ A che distanza tocca terra rispetto al punto in cui è stato calciato?
- 12 Due proiettili sono sparati con la stessa velocità iniziale di 100 m/s; il primo con un angolo di 30° , il secondo con un angolo di 60° .
 - ▶ Stabilisci se i due proiettili raggiungono la stessa altezza e se cadono nello stesso punto.
- 13 Un calciatore dista dalla porta avversaria 50 m. Da qui lancia un pallone con un angolo di 30° .
 - ▶ Quale velocità deve imprimere al pallone per farlo cadere sulla linea di porta?

1: V_x ; V_y ; F ; V ; 2: 0,42 s; 0,17 m
 3: dall'altezza; 4: 10 s; 360 km/h
 3: 1,6 s; 11,25 m/s; 5: $7,7 \times 10^7$ m
 6: arrivano contemporaneamente; 7: no
 10: 6,0 m/s; 10 m/s; 5: 5 m; 11: 13 m/s; 12 m; 40 m
 12: cadono nello stesso punto ma non raggiungono la stessa altezza
 13: 24 m/s