Le coordinate nella storia

Descrivere con precisione la posizione di un oggetto sulla superficie terrestre, su un piano oppure nello spazio è stata un'esigenza ricorrente dai tempi più remoti. I mezzi più efficaci sono sempre stati reperiti facendo ricorso a **riferimenti** e **distanze lineari** o **angolari**. Questi mezzi consentono di instaurare una corrispondenza tra oggetto (o entità) e descrizione di posizione, ma anche tra descrizione e oggetto: si ha quindi una **corrispondenza biunivoca**.

I valori delle distanze lineari o angolari rispetto ai riferimenti prendono il nome di **coordinate**.

L'applicazione dei sistemi di coordinate in varie modalità si estende a settori molto diversi della scienza e della tecnologia: dall'astronomia alla cartografia, dalla geometria alla nautica, dalla meccanica alla computergrafica.

Prima delle moderne definizioni di *coordinate* e *sistemi di riferimento* in ambito scientifico, si ebbero molte applicazioni delle coordinate nell'antichità.

Gli antichi studiosi di astronomia furono forse i primi a mettere a punto l'uso di coordinate per descrivere la posizione di corpi celesti mediante valori angolari.

Alle mirabili conquiste della scienza greca in ambito geometrico va anche aggiunto l'uso rigoroso delle coordinate per lo studio di entità geometriche. Il più noto studioso greco delle curve coniche, Apollonio di Perga (III sec. a.C.), nel suo trattato "Le coniche" adopera un metodo di indagine sulle proprietà di queste curve molto vicino a quello usato in tempi moderni dalla geometria analitica. Egli studia le distanze di ogni punto della curva da due rette assunte come riferimento (tangente e diametro passante per il punto di tangenza); è un metodo sostanzialmente coincidente con quello delle coordinate cartesiane, di cui è anticipatore di circa 1800 anni.

Frontespizio di "Le coniche" di Apollonio in una edizione del 1661.

È però da notare che Apollonio non considera le sue coordinate come un sistema assoluto che prescinde dalla curva studiata, ma dipende da essa. Nel mondo scientifico antico non sembra essere definito un sistema di coordinate che consenta lo studio di qualsiasi entità geometrica per descriverne le proprietà con equazioni o altre espressioni grafiche, simboliche o verbali.

Nel Medioevo si avanzò di un passo nella direzione moderna grazie a Nicola Oresme (1323 – 1382), matematico francese. Nello studio di fenomeni, come il moto uniformemente accelerato di un corpo, egli ebbe la brillante idea di rappresentarli graficamente: su una retta orizzontale segna dei punti corrispondenti agli intervalli di tempo da cui partono segmenti perpendicolari di lunghezza pari alla velocità del corpo. I termini *longitudine* e *latitudine* assegnati da Oresme alle diverse coppie di valori equivalgono esattamente a quelli cartesiani di *ascissa* e *ordinata*. Anche se limitato allo studio di funzioni a variazione costante e quindi con diagramma rettilineo, il metodo grafico avviato da Oresme ebbe grande fortuna fino ai tempi di Galileo.

Pagina del trattato *De proportionibus* (1360) di Nicola Oresme in una edizione del 1505

Nel XVII secolo l'uso consapevole e sistematico della coordinate divenne uno strumento fondamentale per la nascita di nuove scienze.

La **geometria analitica** fondata da Cartesio (René Descartes, 1596 - 1650) costituisce un formidabile apparato per lo studio e la descrizione di entità geometriche mediante gli strumenti dell'algebra.

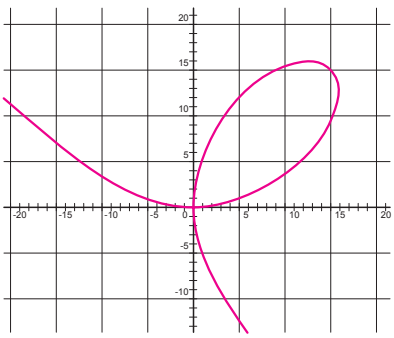
Con le *coordinate cartesiane* si possono indicare punti nel piano mediante due valori (*ascissa* e *ordinata*) oppure nello spazio mediante tre valori (*ascissa*, *ordinata* ed *elevazione*).

René Descartes, detto Cartesio.

Ma il metodo cartesiano portò a grandi sviluppi perché gli enti geometrici venivano considerati *luoghi geometrici*, cioè insiemi di punti che godono di specifiche proprietà; le proprietà venivano tradotte in termini matematici attraverso equazioni che descrivevano l'entità geometrica, costruendo così una *corrispondenza biunivoca* tra entità ed espressione algebrica. In questo modo si potevano descrivere rette, segmenti, curve chiuse (cerchi, ellissi) o aperte (parabole, iperboli, ecc.), superfici o figure solide.

Una equazione di 1° grado ad esempio rappresenta una retta, equazioni di grado superiore descrivono curve (cerchio, curve coniche, ecc.); altre funzioni più complesse, come gli integrali, rappresentano superfici o figure solide.

Nello stesso XVII secolo viene definito e impiegato un altro sistema di coordinate: quello delle **coordinate polari**. Nello studio della spirale di Archimede il matematico italiano Bonaventura Cavalieri (1598 - 1647) applica le coordinate polari, basate su una



Qui è illustrato il grafico di una celebre equazione che Cartesio studiò: la cosiddetta **foglia di Cartesio**. L'equazione che la descrive è: $x^3 + y^3 - 3axy = 0$

Copyright © 2014 Zanichelli Editore SpA, Bologna [5753]
Questo file è una estensione online dei corsi di disegno di Sergio Sammarone

semiretta di riferimento (*asse polare*) e due valori, distanza dall'origine (*polo*) e angolo rispetto all'asse di riferimento. Questo tipo di coordinate era già noto agli antichi greci; Archimede (287 – 212 a.C.) se ne serve per descrivere la sua famosa spirale, mentre l'astronomo Ipparco di Nicea (190 – 120 a.C.) lo applica alla descrizione degli astri. Al matematico svizzero Leonhard Eulero, noto in Italia come Eulero, (1707 - 1783) si deve infine l'impiego sistematico delle coordinate polari nello spazio (*coordinate cilindriche* e *sferiche*) e la definizione delle formule di trasformazione tra coordinate cartesiane e polari.

Un altro tipo di coordinate, quello delle **coordinate geografiche**, sostanzialmente coincidente con quello delle coordinate sferiche, serve a identificare la posizione di un punto sulla superficie della Terra mediante un meridiano di riferimento e due angoli, *latitudine* e *longitudine*. Questo metodo era ben noto e rigorosamente applicato dagli astronomi dell'antica Grecia; Marino di Tiro e soprattutto il famoso Claudio Tolomeo disegnarono carte geografiche della Terra abitata (*Ecumene*) basate sull'impiego delle coordinate geografiche. Nel trattato "Geografia" di Tolomeo sono elencate 8.000 località con relative latitudini e longitudini. Il meridiano di riferimento era fissato da Tolomeo in quello passante per le isole Fortunate (attuali isole Canarie).

Mappa dell'Ecumene di Tolomeo, ridisegnata nel XV secolo.

La scientifica utilizzazione delle coordinate geografiche fu possibile quando la strumentazione astronomica e nautica consentì la nascita della moderna cartografia nel XVI secolo, grazie soprattutto all'opera del fiammingo Gerard Kremer, detto Mercatore, (1512 – 1594).

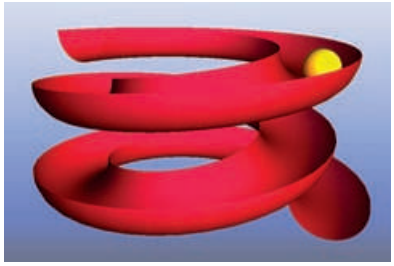
Gerard Kremer, detto Mercatore.

La rivoluzione scientifica, avviata da Galileo e Newton, e la rivoluzione industriale crearono forti sinergie tra diverse discipline scientifiche, creando nuovi spazi per le loro applicazioni tecnologiche.

Lo spazio dischiuso dalla geometria analitica venne sviluppato da Monge (1746 – 1818), che la intrecciò strettamente alla **geometria descrittiva** da lui fondata. Le applicazioni tecniche di questo poderoso apparato scientifico divennero vastissime, dall'astronomia alla rilevazione topografica, dal calcolo delle strutture alla **grafica computerizzata**. Quest'ultima infatti sull'onda dello sviluppo elettronico dispose di potenti strumenti di calcolo per le realizzazioni grafiche. In analogia ai procedimenti manuali si potevano inizialmente ottenere solo grafici, basati su punti definiti da coordinate; in seguito si sviluppò una tecnologia per ottenere immagini mediante una mappa di punti colorati (*disegno bitmap*), e successivamente disegni vettoriali bidimensionali (2D). Questi ultimi fornivano al disegno tecnico un enorme vantaggio: potenza di strumenti e leggerezza dei file. Il **disegno vettoriale** infatti utilizza descrizioni geometriche mediante funzioni algebriche. Il **CAD** (*Computer Aided Design*, cioè progettazione assistita dal computer) è un settore del disegno vettoriale specificamente destinato alle esigenze della progettazione e del disegno tecnico.

Con lo sviluppo parallelo di hardware e software si è aperto un settore importante del CAD che consente di creare entità tridimensionali: il **CAD 3D**.

Il CAD 3D non realizza semplicemente visualizzazioni tridimensionali analoghe a quelle ottenute mediante l'assonometria o la prospettiva; in queste ultime, anche se l'immagine suggerisce percezioni tridimensionali, il disegno è pur sempre bidimensionale e, spostandolo o ruotandolo, non ne risultano cambiate le informazioni visive. Al contrario, nel disegno realizzato con programmi 3D l'oggetto rappresentato è totalmente definito nelle tre dimensioni e di esso si possono materializzare immagini diverse sul monitor o sulle stampe; il monitor non è il piano di disegno, è una finestra in cui l'oggetto appare secondo punti di vista scelti dall'operatore.



Il CAD 3D, oltre alla creazione delle entità tridimensionali, può fornire anche visualizzazioni di vario tipo (viste in proiezioni ortogonali, assonometria oppure prospettiva) con ombreggiature e illuminazione che ne forniscono una restituzione fotorealistica (*rendering*). Specifici programmi possono realizzare anche visualizzazioni dinamiche degli oggetti 3D (*animazioni*).

Grazie al metodo delle coordinate l'informatica ha invaso molti altri settori tecnologici; tra questi ricordiamo le applicazioni dell'informa-tica al settore delle macchine operatrici (programmi CAM, Computer Aided Manufacturing, per l'impiego su macchine CN, a controllo numerico), della robotica, delle macchine di controllo dei prodotti (CMM, Coordinate Measuring Machine, cioè macchine di misura a coordinate).

Sopra, macchina CN, a controllo numerico.

A sinistra, robot per il caricamento di una macchina utensile.

Copyright © 2014 Zanichelli Editore SpA, Bologna [5753]
Questo file è una estensione online dei corsi di disegno di Sergio Sammarone