

# Ribaltamento di un piano generico

Ribaltare un piano significa farlo ruotare intorno a una traccia finché non si sovrappone a un quadro.

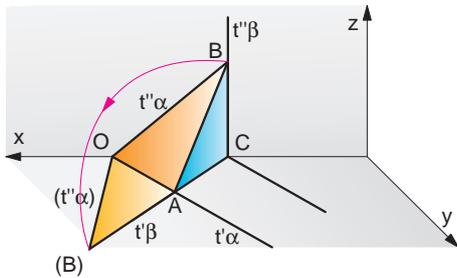
Se per esempio facciamo ruotare il piano generico  $\alpha$  intorno alla  $t'\alpha$ , al termine della rotazione avremo tutti gli elementi di  $\alpha$  sul piano  $xy$ , compresa anche la seconda traccia  $t''\alpha$ , il cui ribaltamento è chiamato  $(t''\alpha)$ .

La difficoltà di questo problema sta nel conoscere la vera ampiezza dell'angolo formato dalle due tracce; questo angolo è indispensabile per disegnare la  $(t''\alpha)$ .

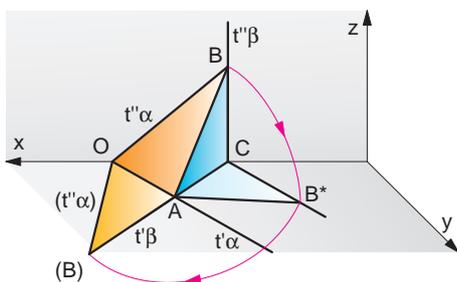
Per ottenere ciò si può operare secondo due metodi basati sul disegno di una **retta di massima pendenza** (v. il relativo box in questa pagina).

## 1° metodo

Dato il piano  $\alpha$ , si conduce una retta di massima pendenza  $AB$ . Dopo il ribaltamento  $B$  si trova in posizione  $(B)$ ; quest'ultimo si trova sulla  $t'\beta$  a distanza  $\overline{A(B)} = \overline{AB}$ .



Il procedimento inizia con il ribaltamento del triangolo  $ABC$  intorno alla  $t'\beta$ ; si ottiene  $B^*$ , la cui distanza da  $A$  è pari a  $\overline{AB}$ .

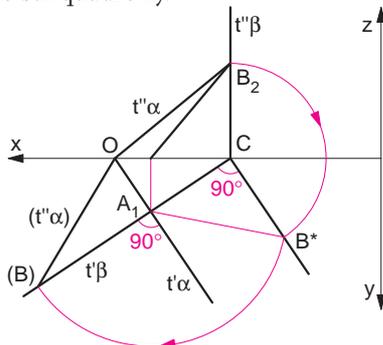


Questa distanza viene riportata sulla  $t'\beta$  a partire da  $A$ , ottenendo così il punto  $(B)$ . La retta  $O(B)$  non è altro che la  $(t''\alpha)$ .

In proiezioni ortogonali, dopo aver disegnato i piani  $\alpha$  e  $\beta$ , si conduce da  $C$  una perpendicolare a  $t'\beta$ . Su di essa si ottiene  $B^*$ , mediante un arco di centro  $C$  e apertura  $\overline{CB_2}$ .

Quindi si traccia un arco di centro  $A_1$  e apertura  $\overline{A_1B^*}$  fino alla  $t'\beta$ , su cui si individua il punto  $(B)$ ; si congiunge questo punto con  $O$ , ottenendo infine la  $(t''\alpha)$ .

L'angolo compreso tra  $t'\alpha$  e  $(t''\alpha)$  rappresenta il piano  $\alpha$  ribaltato sul quadro  $xy$ .



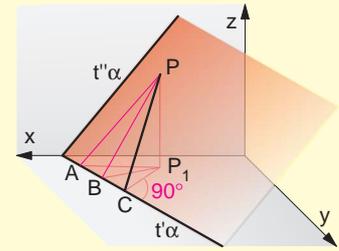
## 2° metodo

Anche in questo metodo si impiega una retta di massima pendenza  $AB$ , ma in questo caso si individua il punto  $(B)$  mediante la lunghezza del segmento  $O(B)$ ; infatti, dopo il

## Retta di massima pendenza

Dato un piano generico  $\alpha$ , si dice retta di massima pendenza quella che forma il maggior angolo con la sua proiezione su  $xy$ .

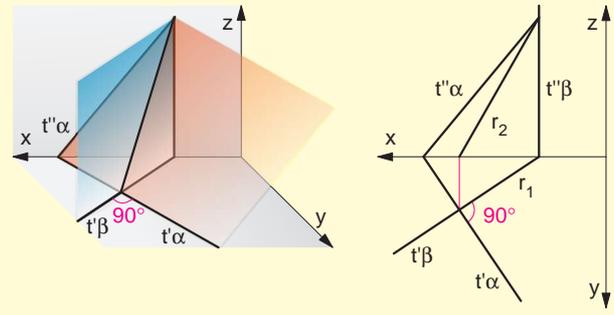
Se da un qualsiasi punto  $P$  appartenente ad  $\alpha$ , conduciamo una retta, essa forma un angolo con la sua vista dall'alto; in figura la retta  $PA$  forma un certo angolo con  $P_1A$ . Questo angolo avrà la massima ampiezza quando la retta e la sua proiezione su  $xy$  saranno perpendicolari a  $t'\alpha$  (in figura  $PC$  e  $P_1C$ ).



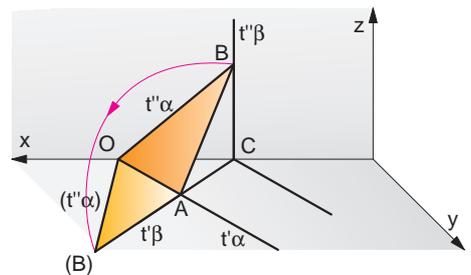
In generale si può affermare che:

la retta di massima pendenza di un piano  $\alpha$  è la sua retta d'intersezione con un piano  $\beta$  perpendicolare a  $xy$  e allo stesso piano  $\alpha$ .

Pertanto si avrà la  $t'\beta$  perpendicolare a  $t'\alpha$  e la  $t''\beta$  verticale (perpendicolare all'asse  $x$ ).

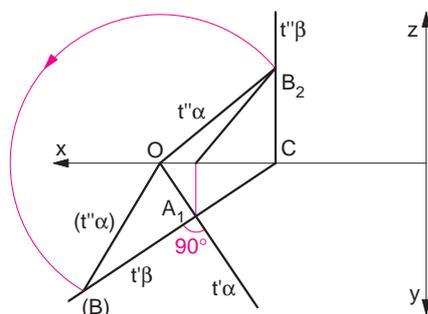


ribaltamento di  $\alpha$  intorno alla  $t'\alpha$ , avremo un triangolo  $AO(B)$  con lati uguali ai corrispondenti di  $AOB$ ; in particolare avremo che  $B$  e  $(B)$  sono equidistanti da  $O$ , e che  $(B)$  si trova sulla  $t'\beta$ .



In proiezioni ortogonali, dopo aver disegnato i piani  $\alpha$  e  $\beta$ , si conduce un arco di centro  $O$  e raggio  $\overline{OB_2}$  fino a intersecare la retta  $t'\beta$ ; si trova in tal modo  $(B)$  e la retta  $(t''\alpha)$ .

Le semirette  $t'\alpha$  e  $(t''\alpha)$  delimitano il piano  $\alpha$  ribaltato su  $xy$ .



La maggiore semplicità esecutiva di questo secondo metodo ci spinge ad adottarlo nei problemi successivi.

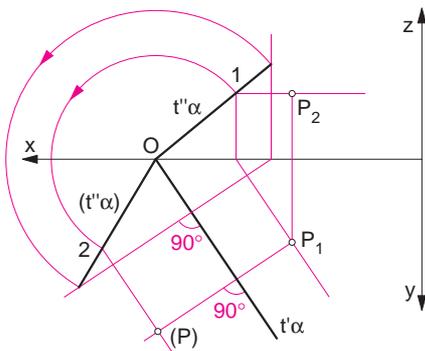
**Problema A**

**Disegnare il ribaltamento di un punto appartenente a un generico piano  $\alpha$**

Per risolvere questo problema bisogna disegnare in precedenza un punto P appartenente a un generico piano  $\alpha$  (a tale scopo si veda il box a fianco che ne illustra la costruzione).

Si disegnano il piano  $\alpha$ , il suo ribaltamento su xy (secondo la costruzione illustrata in precedenza) e i punti  $P_1$  e  $P_2$ ; quindi si traccia un arco di centro O e apertura  $\overline{O1}$  fino a incontrare la  $(t''\alpha)$  nel punto 2. Di qui si conduce una parallela a  $t'\alpha$ , che interseca la perpendicolare da  $P_1$  verso  $t'\alpha$  nel punto (P).

(P) è il ribaltamento di P sul quadro xy.



**Problema B**

**Dal ribaltamento di un punto P appartenente a un generico piano  $\alpha$  ricavarne le viste**

In questo problema si esegue un'operazione di *raddrizzamento*, inversa del ribaltamento.

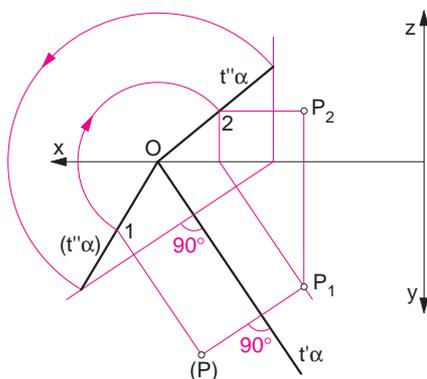
Come in precedenza si disegnano le tracce  $t'\alpha$ ,  $t''\alpha$  e  $(t''\alpha)$  che individuano il piano  $\alpha$  e il suo ribaltamento su xy.

Nel ribaltamento del piano, cioè nella zona compresa tra  $t'\alpha$  e  $(t''\alpha)$ , si sceglie un punto (P).

Da (P) si traccia la parallela a  $t'\alpha$  fino a incontrare la  $(t''\alpha)$  nel punto 1; quindi con centro in O si riporta la distanza  $\overline{O1}$  verso la  $t''\alpha$ , individuando il punto 2.

Dal punto 2 si traccia una verticale verso l'asse x e di qui la parallela alla  $t'\alpha$ . Su quest'ultima si trova il punto  $P_1$  mediante la perpendicolare da (P) verso la  $t'\alpha$ .

Il punto  $P_2$  si trova mediante la verticale per  $P_1$  e l'orizzontale per il punto 2.



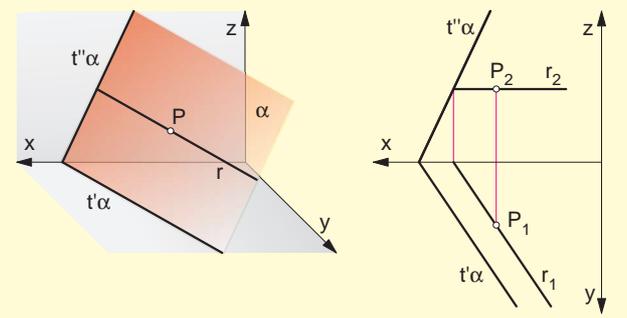
**Disegnare un punto P appartenente a un piano generico  $\alpha$**

Dato il piano  $\alpha$  attraverso le sue tracce  $t'\alpha$  e  $t''\alpha$ , si sceglie un qualsiasi punto  $P_1$ ; dobbiamo trovare  $P_2$  in modo tale che il punto P si trovi su  $\alpha$ .

Se P appartiene ad  $\alpha$ , esso deve appartenere a una qualsiasi retta del piano stesso. Per comodità scegliamo una retta r orizzontale appartenente ad  $\alpha$ ; di conseguenza essa viene rappresentata con  $r_1$  parallela a  $t'\alpha$  e con  $r_2$  orizzontale, cioè parallela all'asse x.

Pertanto tracciamo da  $P_1$  la retta  $r_1$  parallela a  $t'\alpha$ ; dove essa interseca l'asse x si conduce una verticale fino a  $t''\alpha$  e di lì una orizzontale, la retta  $r_2$ .

La verticale da  $P_1$  interseca  $r_2$  in  $P_2$ , seconda vista del punto desiderato.

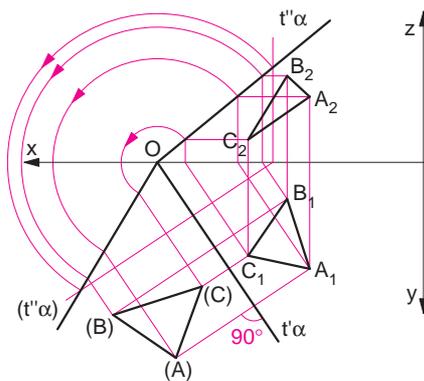


**Problema C**

**Trovare la vera forma di un triangolo appartenente a un piano generico  $\alpha$**

Si disegnano il piano  $\alpha$ , il suo ribaltamento su xy e le due viste del triangolo ABC appartenente ad  $\alpha$ .

Seguendo il procedimento del problema A si ottengono i ribaltamenti dei vertici e quindi la vera forma del triangolo dato.



**Problema D**

**Disegnare le viste di un triangolo equilatero appartenente a un piano generico  $\alpha$**

Seguendo il procedimento del problema B si disegna il triangolo in vera forma nella zona del piano ribaltato; di qui si opera il raddrizzamento dei tre vertici.

