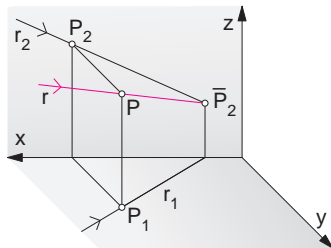


Ombre su un piano generico in proiezioni ortogonali

Per affrontare questo tipo di problemi è utile richiamare alcuni concetti fondamentali sulla rappresentazione in proiezioni ortogonali dell'ombra di un punto su un piano.

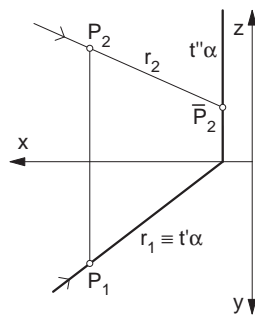
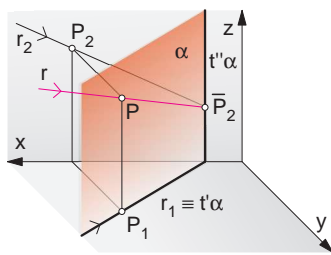
L'ombra di un punto su un piano è l'intersezione tra il raggio luminoso passante per il punto e il piano dato.

Cerchiamo l'ombra del punto P su un piano fondamentale. Vediamo il caso di una sorgente a distanza infinita.

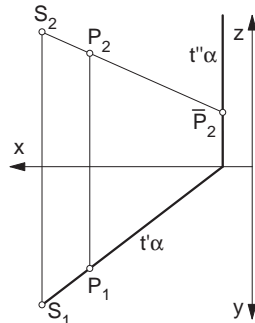
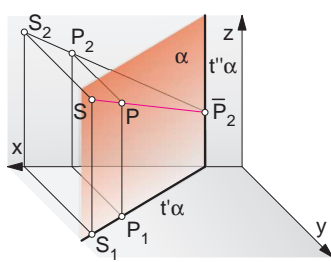


Il raggio luminoso r passante per P interseca il piano xz nel punto \bar{P}_2 , ombra di P sul piano stesso.

Per la rappresentazione in proiezioni ortogonali prendiamo in considerazione il piano α passante per r e per r_1 . Questo piano è detto **piano di luce**. Esso interseca xz nella sua traccia $t''\alpha$, sulla quale si trova \bar{P}_2 . Esso si individua nell'intersezione di r_2 con $t''\alpha$.

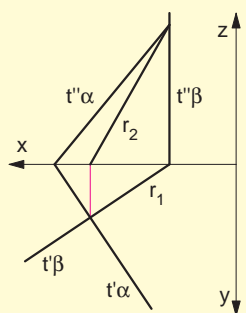
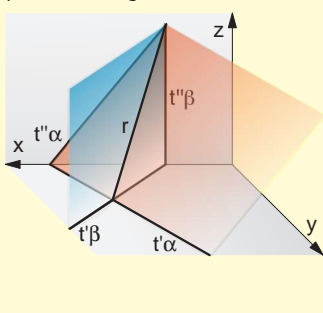


Nel caso di una sorgente a distanza finita (S) la costruzione è identica, solo che il piano α è individuato dalle semirette SP e S_1P_1 .



Intersezione di due piani in proiezioni ortogonali

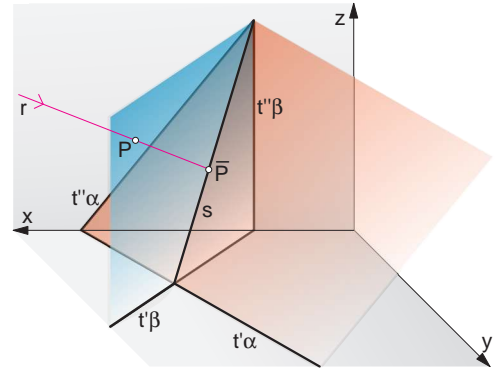
Per le applicazioni nei problemi successivi si rammenta questo problema di geometria descrittiva.



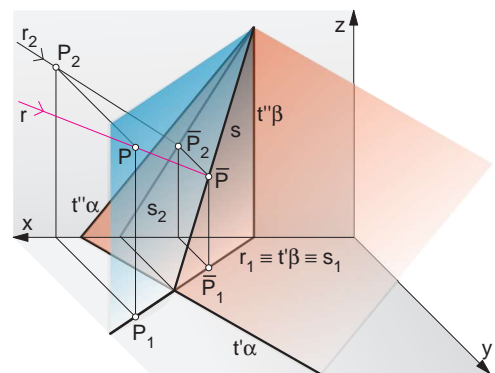
Problema A

Trovare l'ombra di un punto P su un piano generico α

Per trovare l'ombra di P sul piano α usiamo anche il piano di luce verticale β passante per P . L'intersezione tra α e β è la retta s .



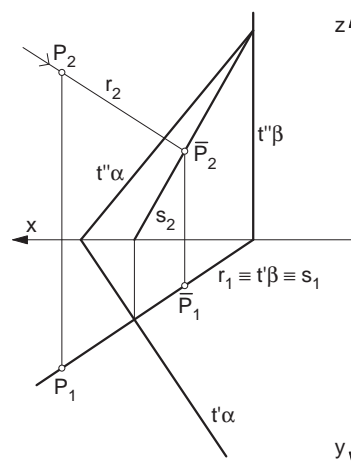
Il punto \bar{P} , ombra di P , si trova all'intersezione della retta r con la retta s . Le proiezioni ortogonali di \bar{P} si trovano sulle corrispondenti viste delle rette r e s .



In proiezioni ortogonali si disegna il punto P , i raggi luminosi r_1 e r_2 , nonché i piani α e β attraverso le loro tracce. Si determina la retta s nelle sue proiezioni s_1 e s_2 .

È da notare che nella vista dall'alto le rette r_1 e s_1 coincidono con la $t''\beta$.

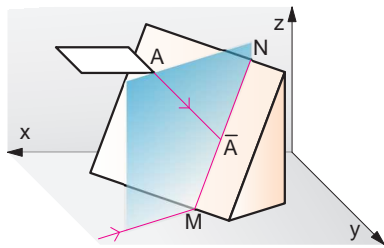
L'intersezione di r_2 con s_2 individua \bar{P}_2 , dal quale si trova per riporto verticale il punto \bar{P}_1 sulla s_1 .



Nel caso di una sorgente a distanza finita (S) la costruzione è identica, solo che il piano β è individuato dalle semirette SP e S_1P_1 .

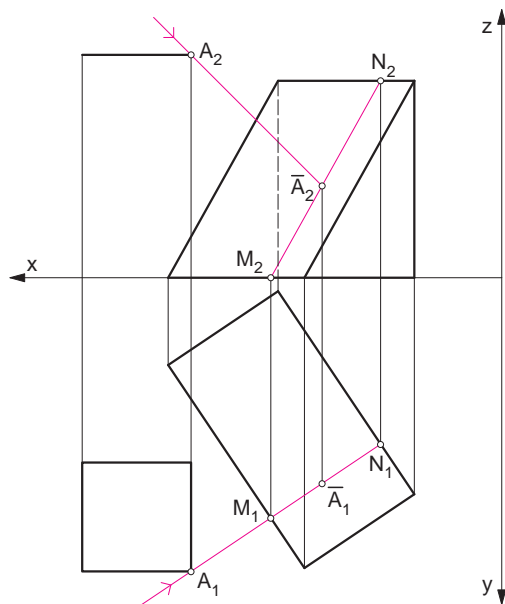
Problema B

Trovare l'ombra di un quadrato orizzontale sulla faccia inclinata di un prisma triangolare

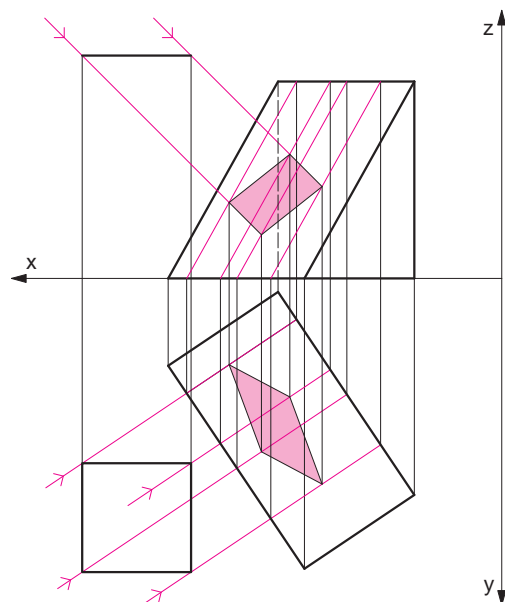


Si procede sostanzialmente come nel problema precedente trovando le rette d'intersezione della faccia inclinata del prisma con i piani di luce verticali passanti per i vertici del quadrato.

Nella vista dall'alto, dal punto A_1 si conduce il piano di luce verticale individuando i punti M_1 e N_1 sugli spigoli del prisma. Di qui si trovano i punti M_2 e N_2 nella vista frontale. Il raggio luminoso condotto da A_2 incontra la retta M_2N_2 nel punto \bar{A}_2 , da cui per riporto verso la M_1N_1 si ottiene il punto \bar{A}_1 .



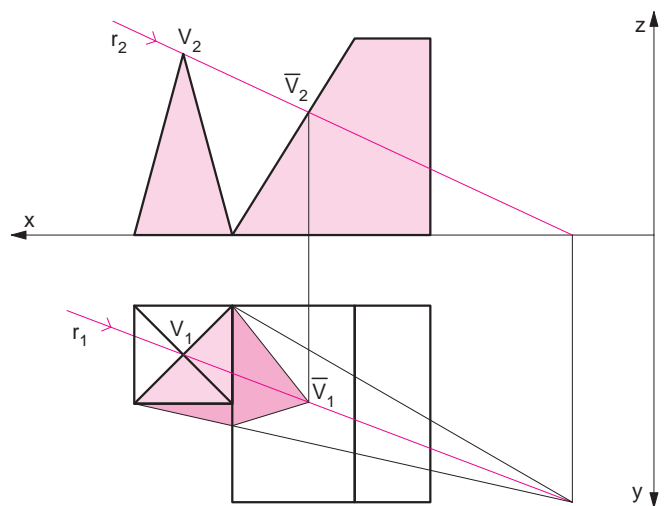
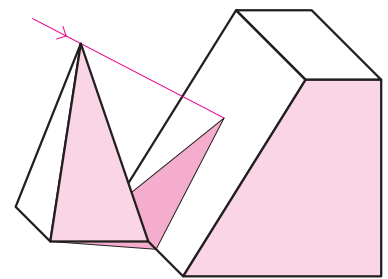
Ripetendo l'operazione per gli altri vertici del quadrato si ottengono le loro ombre e quindi anche l'ombra del quadrato sul prisma.



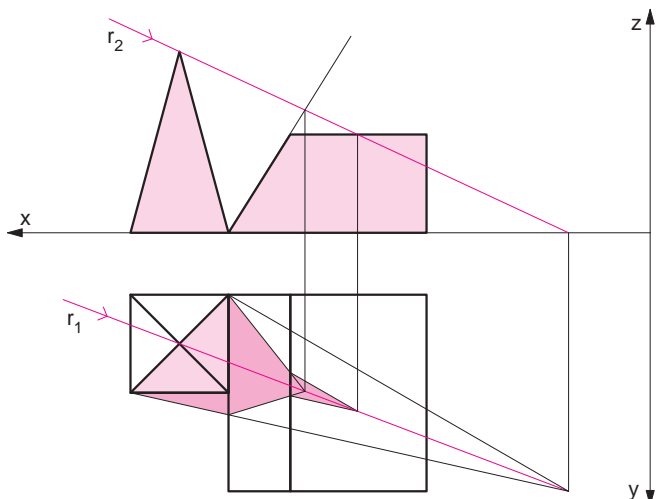
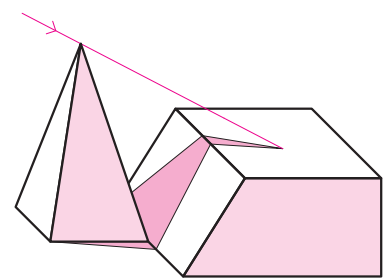
Problema C

Trovare l'ombra di una piramide su un prisma trapezoidale

Si trova l'ombra della piramide sul piano xy . Quindi, nella vista frontale, si individua l'ombra del vertice V sul prisma mediante l'intersezione di r_2 con la faccia inclinata; di qui, con riporto verso la r_1 si trova \bar{V}_1 , ombra di V sul prisma. Congiungendo i punti si ottiene l'ombra portata. Sui due solidi si formano anche ombre proprie.



Se il prisma avesse un'altezza inferiore rispetto a quella del caso precedente, si opera come prima, trovando l'ombra della piramide sia sul piano xy sia sulla faccia inclinata del prisma; ma occorre aggiungere l'ombra sulla faccia superiore del prisma.



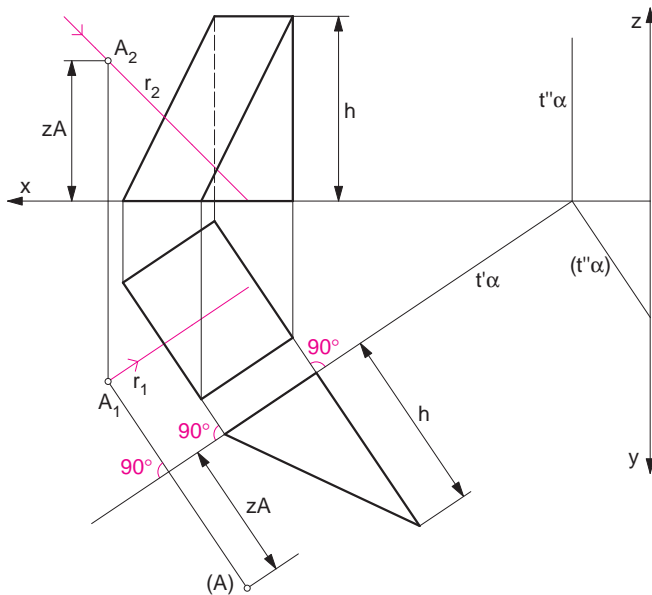
Problema D

Trovare l'ombra di un punto sulla faccia inclinata di un prisma triangolare mediante una proiezione ausiliaria

In questo problema useremo un metodo diverso: quello della proiezione su un piano ausiliario.

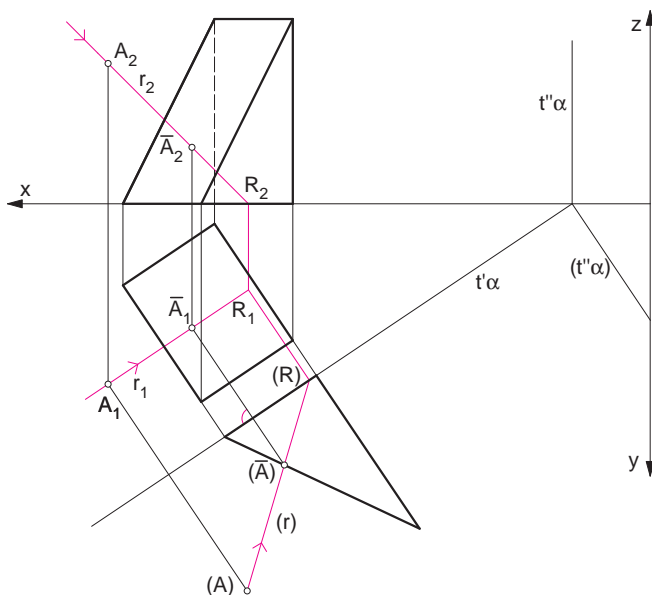
Si disegna un piano α verticale e perpendicolare al piano su cui si forma l'ombra del punto.

Quindi si realizza la proiezione ortogonale del punto e del prisma su questo piano, si ribalta α sul piano xy intorno alla $t'\alpha$. Per disegnare questo ribaltamento, dai punti della figura si tracciano perpendicolari alla $t'\alpha$, si prendono segmenti pari alle coordinate z (zA , h).



Per ottenere il ribaltamento del raggio luminoso, nelle viste si trovano i punti R_2 , R_1 e poi (R). Unendo quest'ultimo punto con (A) si ha (r), cioè il raggio luminoso ribaltato, e quindi l'ombra (\bar{A}) sul prisma.

Riportando (\bar{A}) verso r_1 si ottiene \bar{A}_1 e di qui con riporto verticale verso la r_2 si individua \bar{A}_2 .



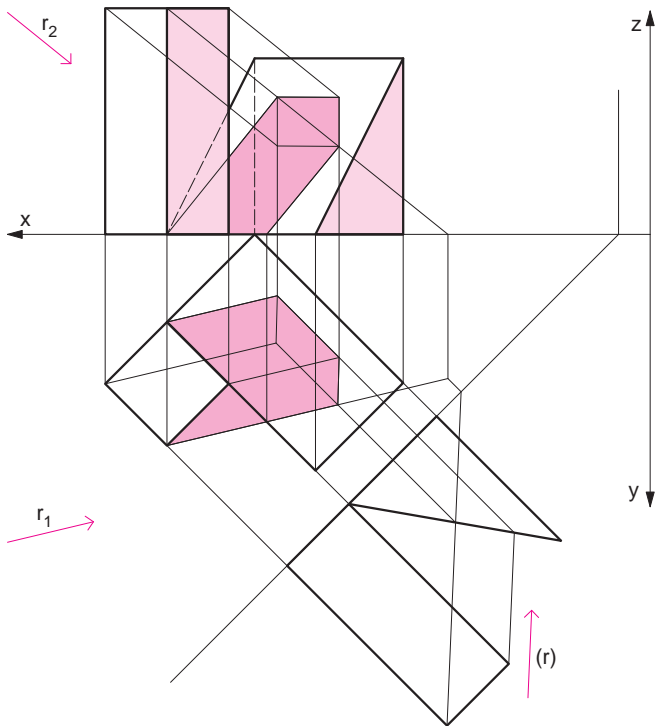
nota bene

La costruzione dell'ombra mediante il piano ausiliario non è più semplice o rapida di quelle viste in precedenza, ma ha il vantaggio di ridurre l'intrico di linee di costruzione sulle viste in proiezioni ortogonali.

Problema E

Trovare l'ombra di un parallelepipedo sulla faccia inclinata di un prisma triangolare mediante proiezione ausiliaria

Si procede come nel problema precedente trovando le rette d'intersezione della faccia inclinata del prisma con i piani di luce verticali passanti per i vertici del parallelepipedo. Sui due solidi si formano anche ombre proprie.



Problema F

Trovare l'ombra di un parallelepipedo con piramide su un prisma pentagonale mediante proiezione ausiliaria

