

Curve meccaniche

Le **curve meccaniche** o **curve cicliche** sono originate da un punto collegato a una retta o cerchio che rotola senza strisciare lungo una traiettoria circolare o rettilinea.

Il nome di *curve meccaniche* è determinato dalla loro importanza nell'ambito meccanico, in cui esse sono impiegate per i profili di **ruote dentate** e **ingranaggi**.

I principali tipi di curve meccaniche sono:

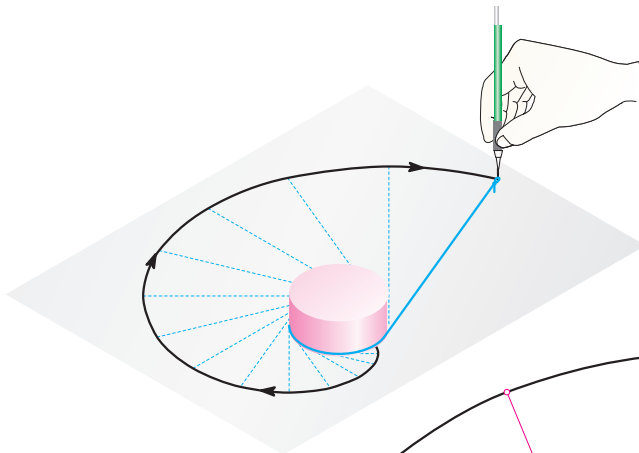
- evolvente;
- cicloide;
- epicicloide;
- ipocicloide.

EVOLVENTE

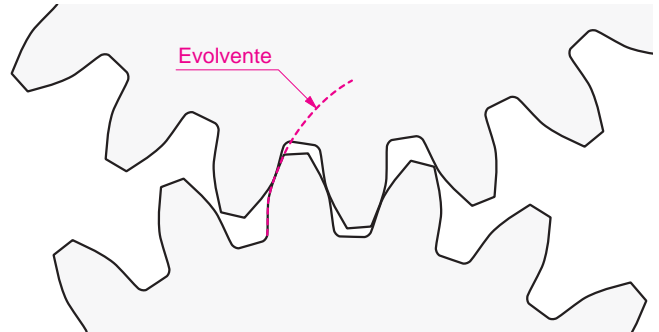
• Caratteristiche

L'**evolvente** del cerchio è una curva piana descritta da un punto di una retta (*retta generatrice*) che rotola senza strisciare lungo una circonferenza (*circonferenza deferente*).

Per realizzare praticamente una evolvente si può fissare su un piano un cilindro su cui è avvolto un filo inestensibile; realizzando all'estremità del filo un occhiello (con un nodo semplice) e inserendovi una matita che tenga il filo teso, si svolge il filo tracciando così l'evolvente sul piano.



L'evolvente è impiegata nei profili dei denti degli ingranaggi, al fine di ridurne usura, vibrazioni e rumore, e contemporaneamente aumentarne l'efficienza.



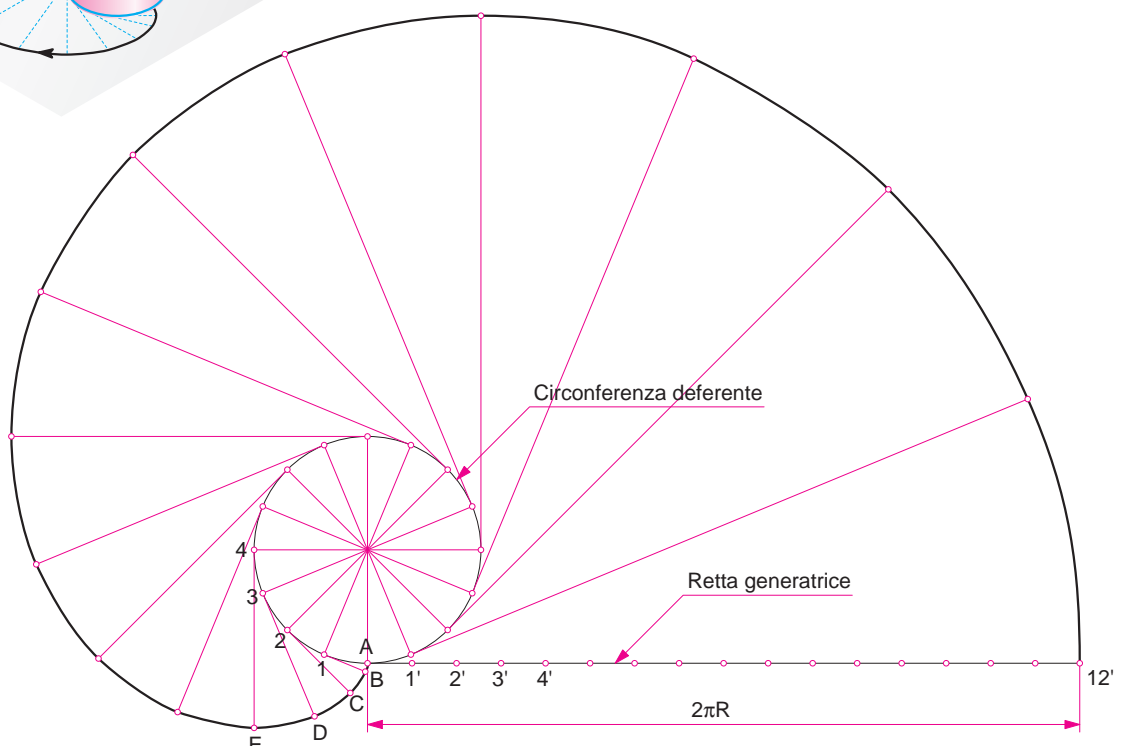
• Costruzione geometrica

- Si divide in parti uguali (in figura 12 parti) la circonferenza deferente di raggio R, individuando i punti A, 1, 2, 3, ecc.
- Si disegna un segmento tangente (retta generatrice) in un punto A, di lunghezza $2\pi R$.
- Si divide il segmento in un numero di parti uguali, pari alle divisioni della circonferenza (in figura 12 parti), individuando i punti 1', 2', 3', ecc.
- Dal punto 1 si traccia un segmento tangente alla circonferenza di lunghezza pari a A1', trovando il punto B.
- Dal punto 2 si traccia un segmento tangente di lunghezza pari a A2', trovando il punto C.
- Analogamente si ottengono i punti D, E, ecc.
- Con il curvilineo si uniscono i punti A, B, C, D... ottenendo l'evolvente.

glossario

Ruota dentata: elemento cilindrico o conico sul quale sono disposte sporgenze (denti) di varia forma e dimensione.

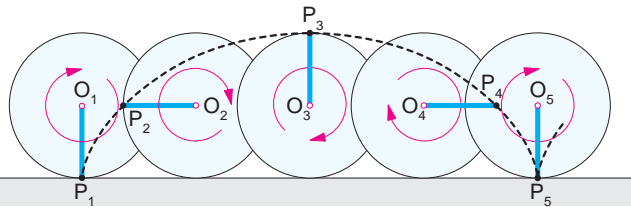
Ingranaggio: accoppiamento di due o più ruote dentate al fine di trasmettere il moto rotatorio da una all'altra.



CICLOIDE

• Caratteristiche

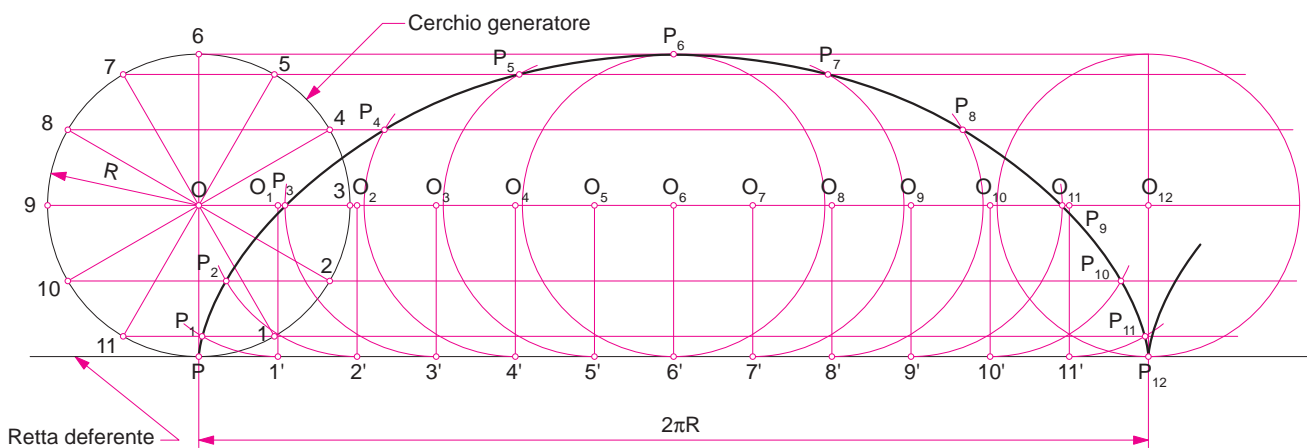
La **cicloide** è una curva piana descritta da un punto disposto sulla circonferenza di un cerchio (*cerchio generatore*) che rotola senza strisciare lungo una retta (*retta deferente*).



Durante la rotazione del cerchio sulla retta deferente, se il punto P_1 giace sulla circonferenza, esso descrive una curva cicloide.

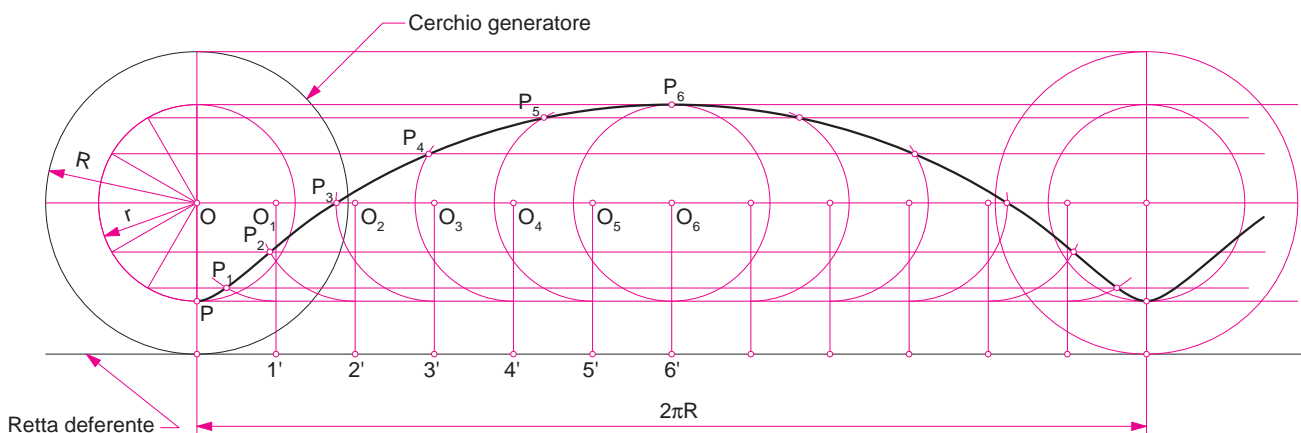
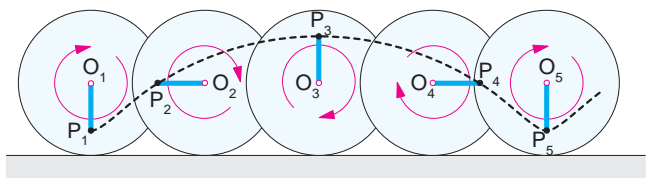
• Costruzione geometrica

- Si divide in parti uguali (in figura 12 parti) il cerchio generatore di centro O e raggio R , individuando i punti $P_1, 2, 3$, ecc.
- Si disegna un segmento tangente (retta deferente) nel punto P , di lunghezza $2\pi R$.
- Si divide il segmento in un numero di parti uguali, pari alle divisioni della circonferenza (in figura 12 parti), individuando i punti $1', 2', 3'$, ecc.
- Si riportano questi punti sulla retta per O parallela alla deferente, trovando O_1, O_2, O_3 , ecc.
- Con apertura R e centro O_1 , si traccia da $1'$ un arco che interseca la retta passante per il punto 1 , determinando il punto P_1 .
- Analogamente si ottengono i punti P_2, P_3, P_4 , ecc.
- Con il curvilineo si uniscono i punti $P, P_1, P_2, P_3 \dots$ ottenendo la cicloide.



• Cicloide accorciata

Se il punto che genera la cicloide è disposto internamente al cerchio generatore, la curva descritta è una **cicloide accorciata**.



La sua costruzione è analoga a quella della cicloide, ma con le seguenti differenze:

- con centro in O si traccia una circonferenza di raggio r passante per P , su cui si individuano i punti divisori;
- da $O_1, O_2, O_3 \dots$ si tracciano archi di raggio r .

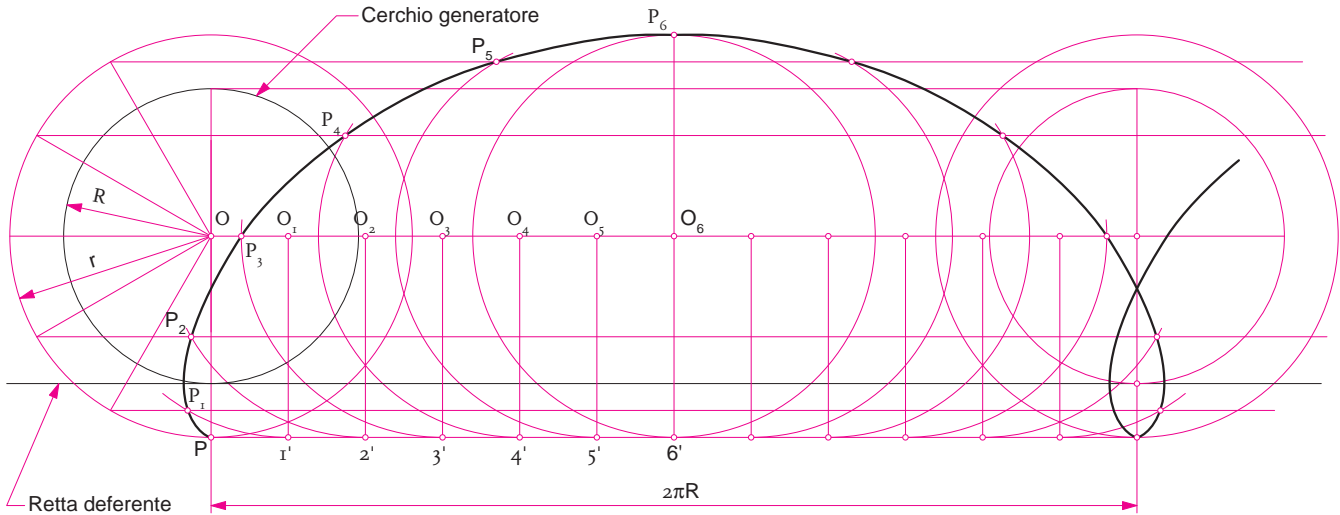
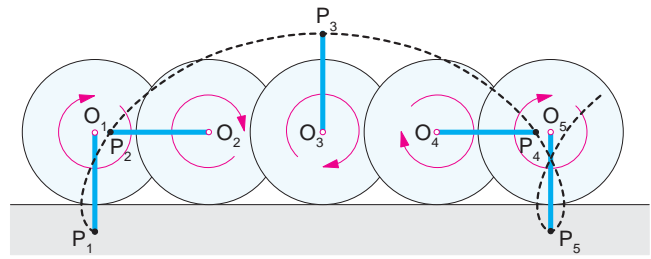
nota bene

La cicloide, così come quella accorciata e allungata, presenta sempre un **asse di simmetria** (in figura è l'asse verticale passante per P_6); quindi dopo aver tracciato una prima metà della curva, per la parte mancante si possono usare gli stessi tratti di curvilineo (debitamente rovesciato).

• **Cicloide allungata**

Se il punto che genera la cicloide è disposto esternamente al cerchio generatore ed è solidale con esso, la curva descritta è una **cicloide allungata**.

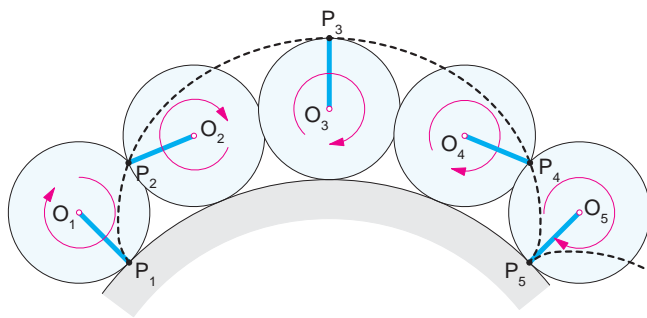
La sua costruzione è analoga a quella della cicloide accorciata, ma in questo caso P è esterno al cerchio e quindi $r > R$.



EPICICLOIDE

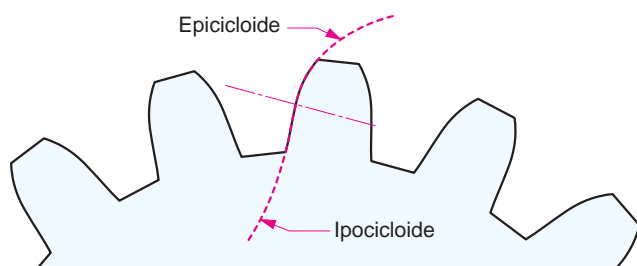
• **Caratteristiche**

L'**epicicloide** è una curva piana descritta da un punto disposto sulla circonferenza di un cerchio (*cerchio generatore*) che rotola senza strisciare esternamente a un cerchio (*cerchio deferente*).



L'*epicicloide*, così come l'*ipocicloide* (illustrata successivamente) è impiegata nei profili dei denti degli *ingranaggi epicicloidali*.

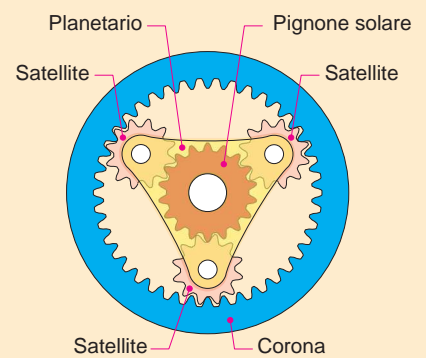
In essi il profilo del dente è costituito da due parti, una epicicloideale e l'altra ipocicloideale; nel punto di tangenza tra le due parti si verifica un *flesso*, cioè un'inversione dell'andamento della curva.



Ingranaggi epicicloidali

Sono sistemi di ingranaggi in cui una o più ruote dentate ha l'asse di rotazione mobile.

Tra questi ingranaggi il tipo detto «a planetario e satelliti» presenta alcune ruote (dette *satelliti*) che formano un *treno*, cioè sono collegate tra loro da una piastra detta *planetario* o *portatreno*. Se la *corona* esterna è fissa, il moto rotatorio del planetario viene trasmesso alla ruota centrale (detta *pignone solare*) con velocità maggiore.



Questi ingranaggi sono impiegati nei cambi di velocità e nelle trasmissioni delle macchine.



Ingranaggi epicicloidali.

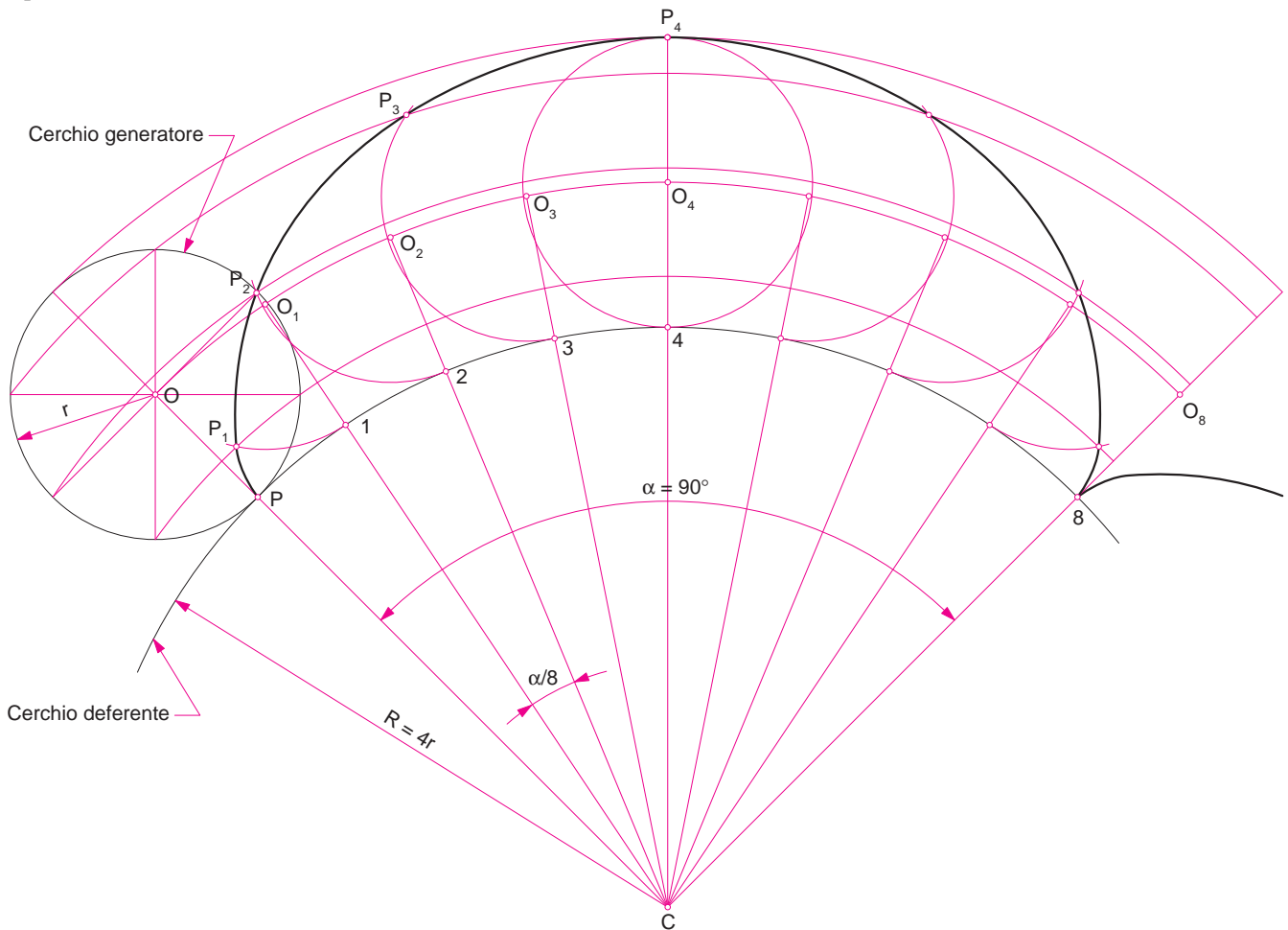
• Costruzione geometrica

Sono dati il cerchio deferente (di centro C e raggio R) e il cerchio generatore (di centro O e raggio r) tangente in P al precedente.

Nella figura si è scelto un rapporto tra i due raggi pari a 4, cioè $R = 4r$; conseguentemente l'arco $\widehat{P8}$ di centro C e angolo al centro $\alpha = 90^\circ$ ha lunghezza uguale a quella del cerchio generatore.

- Si divide in parti uguali (in figura 8 parti) il cerchio generatore di raggio r.
- Si disegnano archi di centro C passanti per i punti divisori precedenti.

- Si divide l'arco $\widehat{P8}$ in un numero di parti uguali, pari alle divisioni del cerchio generatore (in figura 8 parti), mediante raggi di centro P che individuano sul cerchio deferente i punti 1, 2, 3, ecc.
- Si prolungano i raggi fino alla circonferenza di centro C e passante per O, trovando i punti O_1, O_2, O_3 , ecc.
- Con centro in O_1 si traccia un arco di raggio r dal punto 1 fino a intersecare l'arco passante per il primo punto divisorio del cerchio generatore; si trova così il punto P_1 .
- Analogamente, con archi di centro in $O_2, O_3 \dots$ si ottengono i punti P_2, P_3 , ecc.
- Con il curvilineo si uniscono i punti P, $P_1, P_2, P_3 \dots$ ottenendo l'evolvente.



IPOCICLOIDE

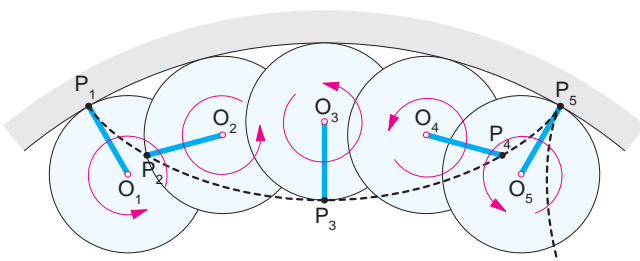
• Caratteristiche

L'**ipocicloide** è una curva piana descritta da un punto disposto sulla circonferenza di un cerchio (*cerchio generatore*) che rotola senza strisciare internamente a un cerchio (*cerchio deferente*).

• Costruzione geometrica

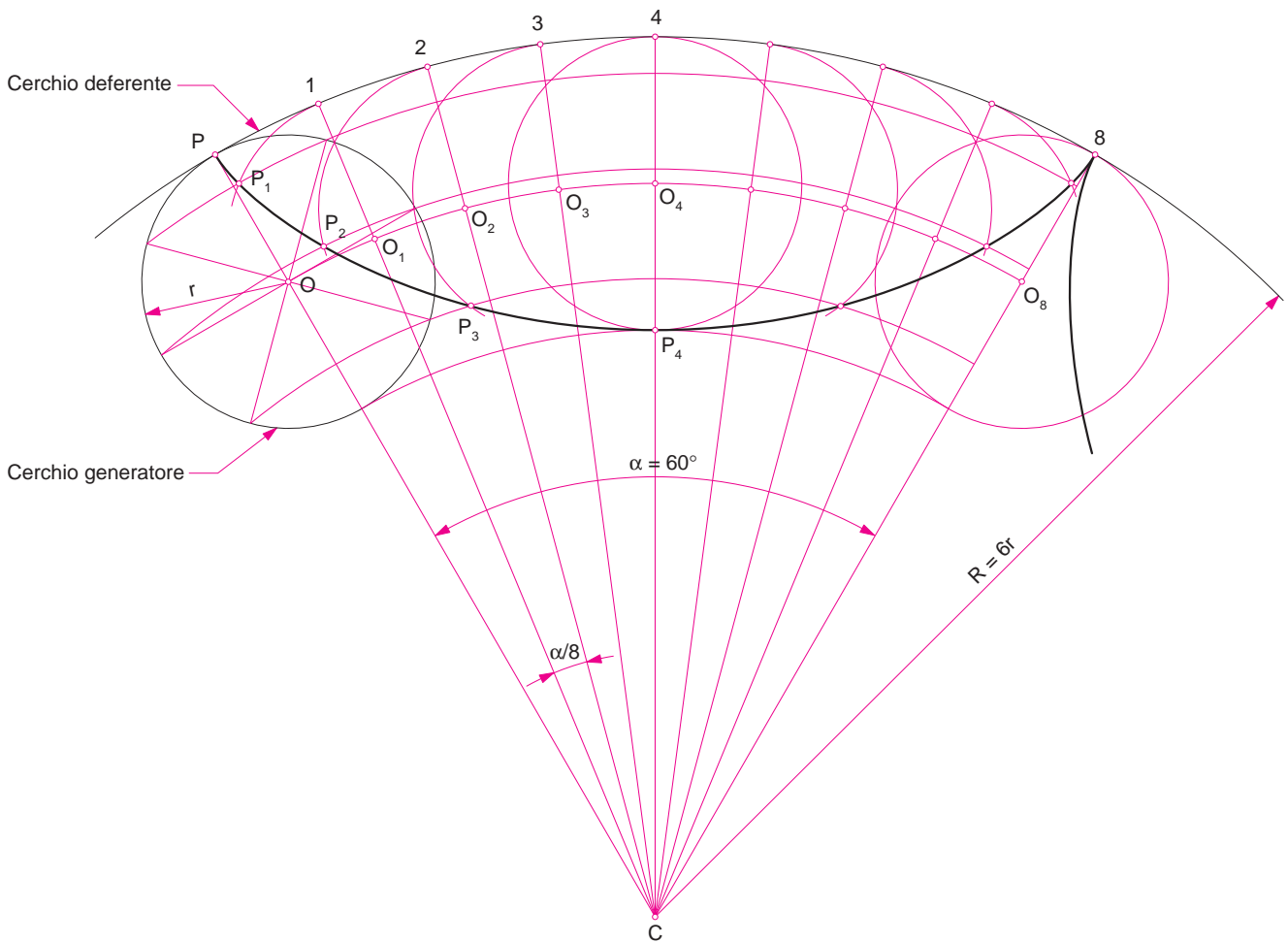
Sono dati il cerchio deferente (di centro C e raggio R) e il cerchio generatore (di centro O e raggio r) tangente in P al precedente. Nella figura si è scelto un rapporto tra i due raggi pari a 6, cioè $R = 6r$; conseguentemente l'arco $\widehat{P8}$ di centro C e angolo al centro $\alpha = 60^\circ$ ha lunghezza uguale a quella del cerchio generatore.

La procedura per il disegno dell'ipocicloide (vedi figura alla pagina seguente) è del tutto analoga alla precedente costruzione dell'epicloide.

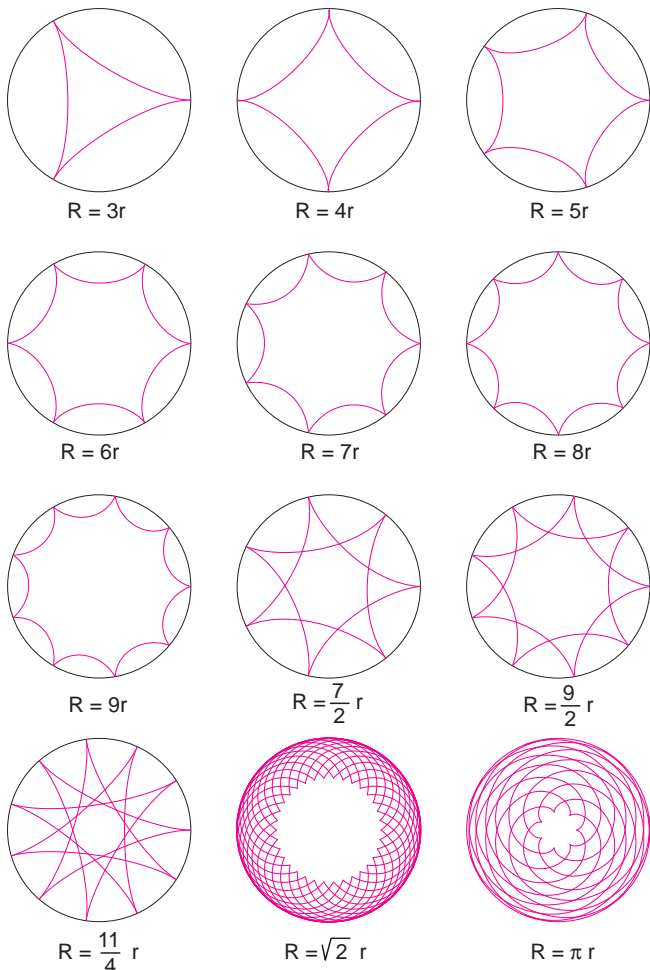


nota bene

Sia l'epicloide sia l'ipocicloide presentano un **asse di simmetria** (in figura è l'asse verticale passante per P_4); dopo aver tracciato una prima metà della curva, per la parte mancante si possono usare gli stessi tratti di curvilineo (debitamente rovesciato).



A seconda del rapporto tra il raggio del cerchio generatore e quello deferente si ottengono figure stellate molto armoniose.



Lo spirografo

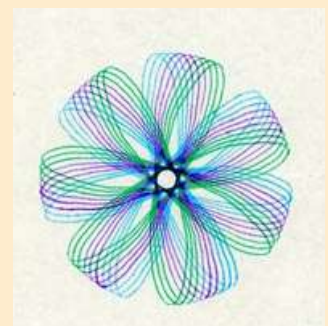
È un dispositivo per disegnare motivi grafici basati su epicloidi e ipocicloidi. È costituito da dischi e anelli di plastica con dentature; in essi sono praticati dei fori in cui si inserisce la matita o il pennarello.

Bloccando con una mano un anello e facendo scorrere su di esso un disco (o viceversa disco fisso e anello mobile), si possono tracciare motivi grafici molto eleganti e vari.

Lo spirografo, gioco didattico un tempo piuttosto diffuso, è ancora in commercio.



Realizzazione di un disegno con lo spirografo.



Disegno realizzato con lo spirografo.