

MATEMATICA La risoluzione di un problema

L'ANALISI DEL PROBLEMA

Quando devi risolvere un problema non buttarti subito a fare dei calcoli ma concentrati prima sulla traccia. Questo atteggiamento ti aiuta a inquadrare l'argomento cui si riferisce il problema, a ricordare conoscenze già acquisite, a individuare eventuali punti in comune con altri problemi già risolti.

Leggendo la traccia del problema devi porti tre domande.

- 1) Quali sono le informazioni che ho a disposizione?
Devi individuare tutti i dati presenti nella traccia del problema.
- 2) Quali sono le informazioni che devo comunicare dopo aver risolto il problema?
Puoi modificare in modo sintetico la traccia del problema in questo modo: «Si conoscono i seguenti dati... bisogna determinare le seguenti incognite».
- 3) Quali sono i legami fra i dati e le incognite?
Per rispondere a quest'ultima domanda, devi conoscere l'argomento al quale si riferisce il problema (definizioni, leggi, problemi analoghi già risolti).

Quando hai risposto alle tre domande, puoi scrivere il procedimento risolutivo del problema, cioè la sequenza delle operazioni che devi fare per trovare le incognite partendo dai dati.

IL DISEGNO A MANO LIBERA

Se il problema non è banale, ti consigliamo di tracciare uno schema che ti aiuti a illustrare la situazione. Un disegno fatto da te è sempre un utile aiuto per capire e ricordare.

I vantaggi dello schema sono molteplici:

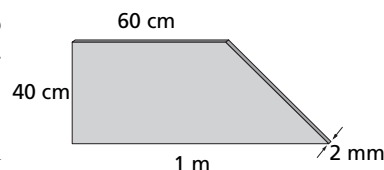
- ti costringe a riflettere sul problema prima di «buttarti» nei calcoli;
- ti obbliga a classificare gli elementi del problema come dati o incognite;
- ti può evidenziare eventuali dati impliciti;
- ti fa ricordare che la soluzione deve essere plausibile; se hai disegnato un'aula di dimensioni 8×6 m e alla fine dei calcoli la sua diagonale misura 500 m, devi pensare di avere sbagliato qualcosa;
- ti fa ricordare il problema che stai per risolvere quando dovrai risolvere altri problemi analoghi.

Lo schema può essere fatto a mano libera, quindi essere approssimativo, ma deve rispettare le condizioni imposte dal problema: se una grandezza x è maggiore di y , nel disegno deve apparire x maggiore di y . Una figura sbagliata induce a scrivere false relazioni fra dati e incognite e portare a false conclusioni.

PROBLEMA SVOLTO

Un artigiano deve costruire un'insegna che ha la forma di un trapezio rettangolo. La base maggiore misura 1,0 m, quella minore 60 cm, l'altezza 40 cm. Utilizza una lastra di rame di spessore 2 mm.

- Calcoliamo la massa dell'insegna.
- Quanto costa l'insegna se l'artigiano fa pagare 6,5 euro per ogni kg di rame lavorato e 100 euro per la manodopera?



Procedimento

- 1) Quali sono le informazioni che abbiamo?
Con le dimensioni del trapezio, calcoliamo l'area; con lo spessore e l'area calcoliamo il volume. Nella traccia del problema c'è un altro dato: l'insegna è di rame e quindi da una tabella possiamo ricavare la densità (8900 kg/m^3), che insieme al volume ci permetterà di ricavare la massa. Conosciamo, inoltre, il costo di un kilogrammo di rame e il costo della manodopera.
- 2) Quali informazioni dobbiamo comunicare dopo aver risolto il problema?
Le informazioni da comunicare sono due: la massa e il costo totale dell'insegna.

3) Quali sono i legami fra i dati e le incognite?

L'insegna è un solido che ha l'area di base uguale a quella del trapezio e altezza uguale allo spessore, perciò il volume è uguale al prodotto fra l'area di base A e lo spessore: $V = A \cdot s$.

La massa m è il prodotto tra la densità d e il volume V : $m = d \cdot V$.

Il costo dell'insegna (C_i) è uguale al costo del rame (C_r) più il costo della manodopera (C_m):

$$C_i = C_r + C_m.$$

Nota che abbiamo già assegnato il nome sintetico sia ai dati sia alle incognite e che, per distinguere i vari costi, abbiamo usato la stessa lettera C , però con dei pedici diversi che ricordano i diversi costi. L'uso dei pedici è necessario, per non creare confusione, ogni volta che in un problema compaiono due o più grandezze dello stesso tipo.

Separiamo i dati dalle incognite.

Dati	Incognite
base maggiore del trapezio = 1,0 m	massa = ?
base minore = 60 cm	costo = ?
altezza = 40 cm	
spessore del rame = 2 mm	
densità del rame = 8900 kg/m ³ .	
costo di 1 kg = 6,5 euro	
costo manodopera = 100 euro	

Sono presenti dati in metri, in centimetri e in millimetri. Trasformiamo in unità SI:

base minore = 60 cm = 0,6 m; altezza = 40 cm = 0,4 m; spessore della lastra = 2,0 mm = 0,002 m.

$$\text{Area del trapezio: } A = (b_{\text{maggiore}} + b_{\text{minore}}) \times \frac{h}{2} \quad A = \frac{(1,0 \text{ m} + 0,6 \text{ m}) \times (0,4 \text{ m})}{2} = 0,32 \text{ m}^2.$$

$$\text{Volume dell'insegna: } V = A \cdot s \quad V = (0,32 \text{ m}^2) \times (0,002 \text{ m}) = 0,00064 \text{ m}^3 = 6,4 \times 10^{-4} \text{ m}^3.$$

$$\text{Massa di rame: } m = d \cdot V \quad m = \frac{(8900 \text{ kg/m}^3)}{(6,4 \times 10^{-4} \text{ m}^3)} = 1,39 \times 10 \text{ kg} \cong 14 \text{ kg}.$$

Poiché 1 kg di rame costa 6,5 euro, il costo del rame è:

$$C_r = (6,5 \text{ euro/kg}) \times (14 \text{ kg}) = 91 \text{ euro}.$$

Costo totale dell'insegna: $C_i = C_r + C_m$.

$$C_i = 91 \text{ euro} + 100 \text{ euro} = 191 \text{ euro}.$$

Il metodo

Riassumiamo le azioni da compiere per risolvere un problema. Non devi considerare la successione rigida; puoi sempre introdurre delle variazioni ogni volta che lo ritieni opportuno. Focalizza l'attenzione su questi punti e diventerai bravo nel risolvere problemi di fisica, e non solo di fisica!

- 1) Leggi attentamente il problema.
- 2) Fai un elenco dei dati e delle incognite usando gli stessi nomi che compaiono nella traccia.
- 3) Schematizza la situazione con un disegno: una figura con indicati i dati e le incognite.
- 4) Controlla se le unità di misura appartengono al SI.
- 5) Scrivi le relazioni fra i dati e le incognite, così facendo passi dal linguaggio naturale della traccia a quello simbolico della matematica. Puoi usare una notazione abbreviata, utilizzando per ogni grandezza la lettera iniziale, se necessario usa i pedici.
- 6) Scrivi in ordine le operazioni che ti permettono di passare dai dati ai risultati; devi avere ben chiara la sequenza dei passaggi da fare.
- 7) Sostituisci i valori numerici nelle relazioni e fai i calcoli.
- 8) Se necessario, usa la notazione scientifica.
- 9) Arrotonda il risultato a un numero opportuno di cifre decimali.
- 10) Controlla che i risultati siano ragionevoli e le unità di misura corrette. Calcolando il peso dell'insegna non puoi trovare 50 000 kg, così come non puoi trovare 10 km se ti si chiede di calcolare la distanza fra Roma e Milano.