

6. MTA, sezione inflessa: metodo tabellare

Generalmente di una sezione in CA è nota una delle dimensioni fondamentali (b nelle travi in altezza, h nelle travi in spessore), mentre sono da determinare l'altra dimensione e l'armatura.

Dalle espressioni di Navier, con una serie di passaggi algebrici laboriosi e poco interessanti, si possono ricavare le incognite (d o b) e A_s in funzione di due coefficienti r e η (eta), a loro volta funzioni di n , $\bar{\sigma}_s$, $\bar{\sigma}_c$, β e del rapporto c/d . Le formule:

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} \quad (\text{oppure } b = r^2 \frac{M}{d^2}) \quad (\blacktriangleright 1) \quad A_s = \frac{M}{\eta} \cdot d \cdot \bar{\sigma}_s$$

prendono il nome di **formule di progetto** della sezione rettangolare. I coefficienti r e η sono riportati nella **TABELLA A** (per rapporto $c/d = 0,07$, tipico delle travi in spessore e delle solette) e nella **TABELLA B** (per rapporto $c/d = 0,14$, tipico delle travi in altezza).

In entrambe le tabelle la prima colonna riporta le tensioni di esercizio del calcestruzzo; la seconda, il coefficiente k determinatore della posizione dell'asse neutro ($x = kd$).

Le due colonne successive riportano i coefficienti r e η in funzione di sei diversi rapporti β (**▶2**) tra armatura compressa e armatura tesa. La scelta di questi coefficienti va eseguita in corrispondenza di un opportuno valore di σ_c , che sarà naturalmente inferiore o al massimo uguale al valore ammissibile. Scegliendo i valori di r e η corrispondenti alla tensione ammissibile del CLS, si assegnano alla sezione le minime dimensioni e la minima armatura possibile. Si può notare che:



▶1 Elevando al quadrato entrambi i membri si ha: $d^2 = r^2 \cdot M/b$ da cui:

$$b = r^2 \frac{M}{d^2}$$

Poiché il coefficiente r non è privo di dimensioni, l'uso corretto della prima formula presuppone che si misuri M in N · mm, d e b in mm.

▶2 Per rapporti c/d e β significativamente diversi si può ricorrere a tabelle più dettagliate, riportate sui manuali e facilmente reperibili anche online.

TABELLA A Coefficienti per il calcolo delle sezioni rettangolari inflesse ($c/d = 0,07 \rightarrow$ Travi in altezza)

σ_c (N/mm ²)	k	$\beta = A'_s/A_s = 0$		$\beta = A'_s/A_s = 0,2$		$\beta = A'_s/A_s = 0,4$		$\beta = A'_s/A_s = 0,6$		$\beta = A'_s/A_s = 0,8$		$\beta = A'_s/A_s = 1$	
		r	η	r	η	r	η	r	η	r	η	r	η
3,00	0,150	2,163	0,950	2,143	0,950	2,123	0,949	2,102	0,949	2,082	0,948	2,061	0,948
3,50	0,171	1,884	0,943	1,861	0,943	1,838	0,942	1,815	0,942	1,791	0,942	1,767	0,941
4,00	0,190	1,674	0,937	1,649	0,936	1,624	0,936	1,598	0,936	1,572	0,936	1,545	0,936
4,50	0,209	1,511	0,930	1,484	0,930	1,457	0,930	1,429	0,930	1,400	0,930	1,371	0,930
5,00	0,227	1,380	0,924	1,351	0,924	1,322	0,925	1,292	0,925	1,262	0,925	1,231	0,925
5,50	0,244	1,273	0,919	1,243	0,919	1,212	0,920	1,180	0,920	1,148	0,921	1,114	0,921
6,00	0,261	1,183	0,913	1,151	0,914	1,119	0,915	1,086	0,916	1,052	0,917	1,016	0,917
6,50	0,277	1,107	0,908	1,074	0,909	1,040	0,910	1,006	0,912	0,970	0,913	0,932	0,914
7,00	0,292	1,042	0,903	1,008	0,904	0,972	0,906	0,936	0,908	0,899	0,910	0,859	0,911
7,50	0,306	0,985	0,898	0,950	0,900	0,913	0,902	0,875	0,905	0,836	0,907	0,795	0,909
8,00	0,320	0,935	0,893	0,899	0,896	0,861	0,899	0,822	0,901	0,781	0,904	0,738	0,907
8,50	0,333	0,891	0,889	0,854	0,892	0,815	0,895	0,774	0,899	0,732	0,902	0,687	0,905
9,00	0,346	0,852	0,885	0,813	0,888	0,773	0,892	0,731	0,896	0,687	0,900	0,641	0,904
9,50	0,358	0,817	0,881	0,777	0,885	0,736	0,889	0,693	0,894	0,647	0,898	0,598	0,903
10,00	0,370	0,785	0,877	0,744	0,882	0,702	0,887	0,657	0,892	0,610	0,897	0,560	0,902
10,50	0,382	0,756	0,873	0,715	0,879	0,671	0,884	0,625	0,890	0,576	0,896	0,524	0,902
11,00	0,393	0,730	0,869	0,687	0,876	0,643	0,882	0,596	0,888	0,545	0,895	0,490	0,901
11,50	0,404	0,706	0,865	0,662	0,873	0,617	0,880	0,568	0,887	0,516	0,894	0,459	0,902
12,00	0,414	0,684	0,862	0,639	0,870	0,593	0,878	0,543	0,886	0,489	0,894	0,430	0,902

$n = 15$ $\bar{\sigma}_s = 255 \text{ N/mm}^2$ $x = kd$ $d = r \sqrt{\frac{M}{b}}$ $A_s = \frac{M}{\eta d \bar{\sigma}_s} \approx \frac{M}{0,9 d \bar{\sigma}_s}$ $A'_s = \beta A_s$

TABELLA B Coefficienti per il calcolo delle sezioni rettangolari inflesse ($c/d = 0,14 \rightarrow$ Solette e travi in spessore)

σ_c (N/mm ²)	k	$\beta = A'_s/A_s = 0$		$\beta = A'_s/A_s = 0,2$		$\beta = A'_s/A_s = 0,4$		$\beta = A'_s/A_s = 0,6$		$\beta = A'_s/A_s = 0,8$		$\beta = A'_s/A_s = 1$	
		r	η	r	η	r	η	r	η	r	η	r	η
3,00	0,150	2,163	0,950	2,161	0,950	2,158	0,950	2,156	0,949	2,154	0,949	2,151	0,949
3,50	0,171	1,884	0,943	1,877	0,942	1,871	0,942	1,865	0,941	1,858	0,941	1,852	0,940
4,00	0,190	1,674	0,937	1,665	0,936	1,655	0,935	1,645	0,934	1,635	0,933	1,625	0,932
4,50	0,209	1,511	0,930	1,499	0,929	1,486	0,928	1,474	0,927	1,461	0,925	1,448	0,924
5,00	0,227	1,380	0,924	1,365	0,923	1,351	0,921	1,336	0,920	1,320	0,918	1,305	0,917
5,50	0,244	1,273	0,919	1,256	0,917	1,239	0,915	1,222	0,914	1,204	0,912	1,187	0,910
6,00	0,261	1,183	0,913	1,165	0,911	1,146	0,910	1,127	0,908	1,107	0,906	1,087	0,904
6,50	0,277	1,107	0,908	1,087	0,906	1,066	0,904	1,046	0,902	1,024	0,901	1,002	0,899
7,00	0,292	1,042	0,903	1,020	0,901	0,998	0,899	0,975	0,897	0,952	0,895	0,928	0,894
7,50	0,306	0,985	0,898	0,962	0,896	0,938	0,894	0,914	0,893	0,889	0,891	0,863	0,889
8,00	0,320	0,935	0,893	0,911	0,892	0,886	0,890	0,860	0,888	0,834	0,886	0,806	0,885
8,50	0,333	0,891	0,889	0,866	0,887	0,839	0,886	0,812	0,884	0,784	0,882	0,754	0,881
9,00	0,346	0,852	0,885	0,825	0,883	0,798	0,882	0,769	0,880	0,739	0,878	0,708	0,877
9,50	0,358	0,817	0,881	0,789	0,879	0,760	0,878	0,730	0,876	0,699	0,875	0,666	0,874
10,00	0,370	0,785	0,877	0,756	0,875	0,726	0,874	0,695	0,873	0,662	0,872	0,627	0,870
10,50	0,382	0,756	0,873	0,726	0,872	0,695	0,871	0,663	0,870	0,628	0,869	0,592	0,868
11,00	0,393	0,730	0,869	0,699	0,868	0,667	0,868	0,633	0,867	0,597	0,866	0,559	0,865
11,50	0,404	0,706	0,865	0,674	0,865	0,641	0,865	0,605	0,864	0,568	0,864	0,528	0,863
12,00	0,414	0,684	0,862	0,651	0,862	0,617	0,862	0,580	0,861	0,541	0,861	0,499	0,861

$n = 15$

$\sigma_s = 255 \text{ N/mm}^2$

$x = kd$

$d = r \sqrt{\frac{M}{b}}$

$A_s = \frac{M}{\eta d \bar{\sigma}_s} \approx \frac{M}{0,9 d \bar{\sigma}_s}$

$A'_s = \beta A_s$

- nella stessa colonna il coefficiente r decresce al crescere di σ_c ; ciò significa che, a parità di rapporto tra le armature, facendo lavorare il CLS a tensioni più elevate occorrono sezioni più piccole per resistere allo stesso momento flettente;
- nella stessa riga il coefficiente r decresce al crescere del rapporto β ; ciò significa che, a parità di σ_c , aumentando l'incidenza dell'armatura compressa occorrono sezioni più piccole per resistere allo stesso momento flettente;
- il coefficiente η varia molto poco al variare di $\bar{\sigma}_s, c/d, \sigma_c$ e β , oscillando attorno al valore 0,9. Per questa ragione la formula di progetto dell'armatura tesa è normalmente sostituita dalla formula (2):

$$A_s = \frac{M}{\bar{\sigma}_s \cdot 0,9 d}$$

APPLICAZIONI

1 Dimensionare a semplice armatura, con CLS di classe 25/30, la sezione in altezza di base $b = 25 \text{ cm}$, soggetta al momento flettente negativo di $100 \text{ kN} \cdot \text{m}$.

Sono assegnati:

$M = 100 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$, $\bar{\sigma}_c = 9,7 \text{ N/mm}^2$ e $\bar{\sigma}_s = 255 \text{ N/mm}^2$, $b = 250 \text{ mm}$,

$c/d \approx 0,07 \rightarrow$ TABELLA A (colonna $\beta = A'_s/A_s = 0$)

Si stabilisce di assegnare al CLS la tensione di esercizio di $9,5 \text{ N/mm}^2$, prossima alla tensione ammissibile, ricavando $r = 0,817$. Si calcola quindi l'altezza utile della sezione:

$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0,817 \sqrt{\frac{100\,000\,000}{250}} = 516 \text{ mm}$

e, aggiungendo a questa il copriferro nominale c , pari almeno a 35 mm , l'altezza effettiva:

$h = 51,6 + 3,5 \approx 55 \text{ cm}$

Si assume una sezione di 25 cm × 55 cm. L'area complessiva A_s dell'armatura tesa si può ricavare senza ricorrere al coefficiente η , con la formula approssimata:

$$A_s = \frac{M}{\bar{\sigma}_s \cdot 0,9 d} = \frac{100 \cdot 10^6}{255 \cdot 0,9 \cdot 515} = 846 \text{ mm}^2$$

L'area dell'acciaio deve essere coperta da un certo numero di barre commerciali, la cui scelta non è del tutto libera dovendo rispettare alcune prescrizioni normative.

Poche barre di grande diametro, infatti, possono causare il distacco del CLS, mentre troppe barre di piccolo diametro compromettono l'aderenza. La normativa regola anche la misura dell'*interferro*: le superfici delle barre vanno distanziate tra loro di almeno 2 cm e di almeno il diametro della barra maggiore (►3). La scelta dei diametri si esegue con l'aiuto della tabella CA2. In questo caso si possono usare 5 $\phi 16$ ($A_s = 10,05 \text{ cm}^2$), da disporre in corrispondenza del lembo superiore della sezione.

2 Dimensionare ad armatura doppia simmetrica, con CLS di classe C25/30, la sezione di una trave in spessore di solaio ($h = 25 \text{ cm}$), soggetta al momento flettente di 100 kN · m.

In corrispondenza della tensione di esercizio del CLS di 9,5 N/mm², prossima alla tensione ammissibile, si trova $r = 0,666$ (►TABELLA B). Si calcola quindi la base della sezione:

$$b = r^2 \frac{M}{d^2} = 0,666^2 \cdot \frac{100 \cdot 10^6}{215^2} \cong 960 \text{ mm}$$

Si assume una trave di dimensioni 96 cm × 25 cm; l'armatura tesa si ricava dalla formula approssimata:

$$A_s = \frac{100 \cdot 10^6}{255 \cdot 0,9 \cdot 215} \cong 2027 \text{ mm}^2 = 20,27 \text{ cm}^2$$

Si possono assumere 11 $\phi 16$ ($A_s = 22,11 \text{ cm}^2$), disponendo identica armatura anche nella zona compressa (►4).

3 Data una sezione di dimensioni 80 cm × 28 cm, soggetta al momento positivo $M_d = 80 \text{ kN} \cdot \text{m}$, verificare il CLS (di classe C25/30) e progettare l'armatura doppia con rapporto $\beta = 0,6$.

Si tratta di un procedimento di semiprogetto della sezione (v. paragrafo 4) che si utilizza quando, note entrambe le dimensioni della sezione, si vuole verificare se queste sono sufficienti e, in caso affermativo, progettare l'armatura. Invertendo la formula di progetto $d = r\sqrt{M/b}$, in cui sono noti $M = 80 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$, $d = 245 \text{ mm}$, $b = 800 \text{ mm}$, si ricava:

$$r = \frac{d}{\sqrt{M/b}} = \frac{245}{\sqrt{80 \cdot 10^6 / 800}} = 0,775$$

Nella ►TABELLA A ($c/d = 3,5/24,5 \cong 0,14$, colonna $\beta = 0,6$), in corrispondenza di $r = 0,769$ (►5) si legge:

$$\sigma_c = 9 \text{ N/mm}^2 < 9,7 \text{ N/mm}^2$$

Si legge anche, sulla stessa riga, il valore del coefficiente $\eta = 0,872$. Si ha quindi:

$$A_s = \frac{M}{\bar{\sigma}_s \cdot \eta \cdot d} = \frac{80 \cdot 10^6}{215 \cdot 0,872 \cdot 245} = 1740 \text{ mm}^2 = 17,4 \text{ cm}^2$$

Con la formula approssimata (2) si ottiene un risultato analogo:

$$A_s = \frac{M}{\bar{\sigma}_s \cdot 0,9 \cdot d} = \frac{80 \cdot 10^6}{215 \cdot 0,9 \cdot 245} = 1685,5 \text{ mm}^2 = 16,8 \text{ cm}^2$$

Si possono assumere 9 $\phi 16$ ($A_s = 18,09 \text{ cm}^2$) da disporre nella parte inferiore tesa; nella parte superiore compressa si disporranno invece $9 \cdot 0,6 = 5,4$ (ossia 6) barre $\phi 16$.

►3 Barre particolarmente numerose possono essere disposte anche su più file.

►4 Si noti come, a parità di sollecitazione, la sezione in spessore sia antieconomica (maggiori dimensioni, maggiore incidenza di armature) rispetto alla corrispondente sezione in altezza studiata nell'applicazione 1.

►5 Scegliere un coefficiente più elevato significa assegnare al CLS una tensione maggiore e quindi operare a favore della sicurezza.