4. Travi di fondazione

UNITÀ E2

Esempi

Nelle applicazioni che seguono la fondazione è modellata come una trave continua appoggiata in corrispondenza dei pilastri e soggetta al carico lineare proveniente dal terreno (primo caso limite). Sia il dimensionamento sia le verifiche sono eseguite alle tensioni ammissibili (▶1).

Per ridurre i valori dei momenti flettenti è buona regola dotare la trave di modesti sbalzi laterali (▶FIGURA 1). È anche opportuno che, anche in caso di carichi non simmetrici provenienti dai pilastri, la risultante R sia il più possibile centrata sulla base della fondazione. Ciò si può ottenere variando opportunamente la larghezza B della superficie di appoggio o, preferibilmente, assegnando agli sbalzi terminali luci diverse (▶FIGURA 2).

1. Dimensionare in CLS C20/25 la trave di fondazione adatta a sopportare i carichi provenienti da due pilastri di sezione 40 cm × 40 cm (▶FIGURA 3*a*). Si assuma come carico ammissibile sul terreno $\bar{\sigma}_t = 0{,}17\ \text{N/mm}^2$.

• Dimensionamento

La risultante dei carichi $R = 490 + 700 = 1190$ kN si trova a $700 \cdot 4/1190 = 2{,}35$ m dal punto 1. Per centrare la risultante e per diminuire i momenti si decide di variare la lunghezza degli sbalzi laterali come in ▶FIGURA 3*b* (▶2). Assegnando alla trave un peso proprio presunto pari al 10% della risultante R, si ha:

$$N = R \cdot (1 + 10\%) = 1{,}1 \cdot 1190 = 1309 \text{ kN}$$

$$B_{min} = \frac{N}{L \cdot \bar{\sigma}_t} = \frac{1309 \cdot 10^3}{5600 \cdot 0{,}17} = 1375 \text{ mm}$$

▶**1** *Travilog Titanium*. Le stesse verifiche possono essere eseguite molto più rapidamente (e anche agli SL) con il modulo TRAVI, considerando la trave come una normale trave in elevazione *rovesciata*.

▶**2** Assegnato allo sbalzo di sinistra la luce $a_1 = 0{,}45$ m si ricava:

$$\frac{L}{2} = 2{,}35 + 0{,}45 = 2{,}80 \text{ m}$$

Deve quindi essere:

$$a_2 = 2{,}80 - 1{,}65 = 1{,}15 \text{ m}$$

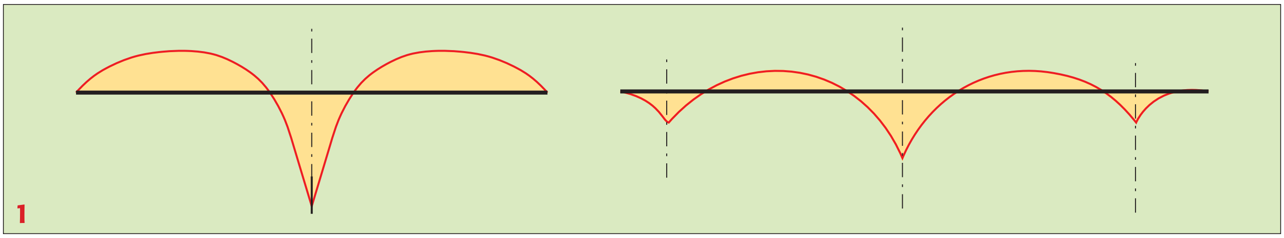

FIGURA 1 Modesti sbalzi laterali riducono i *picchi* del momento flettente.

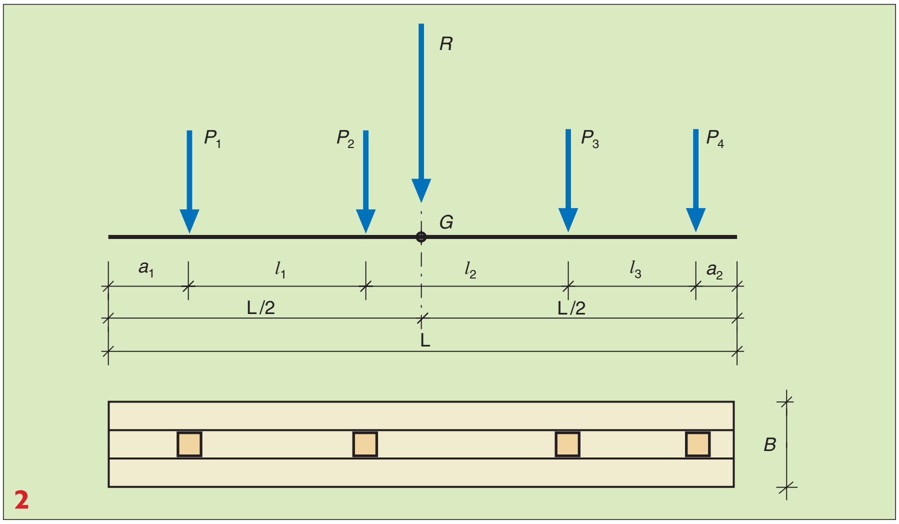

FIGURA 2 Per centrare la risultante dei carichi sulla base della fondazione si possono assegnare lunghezze diverse agli sbalzi laterali.

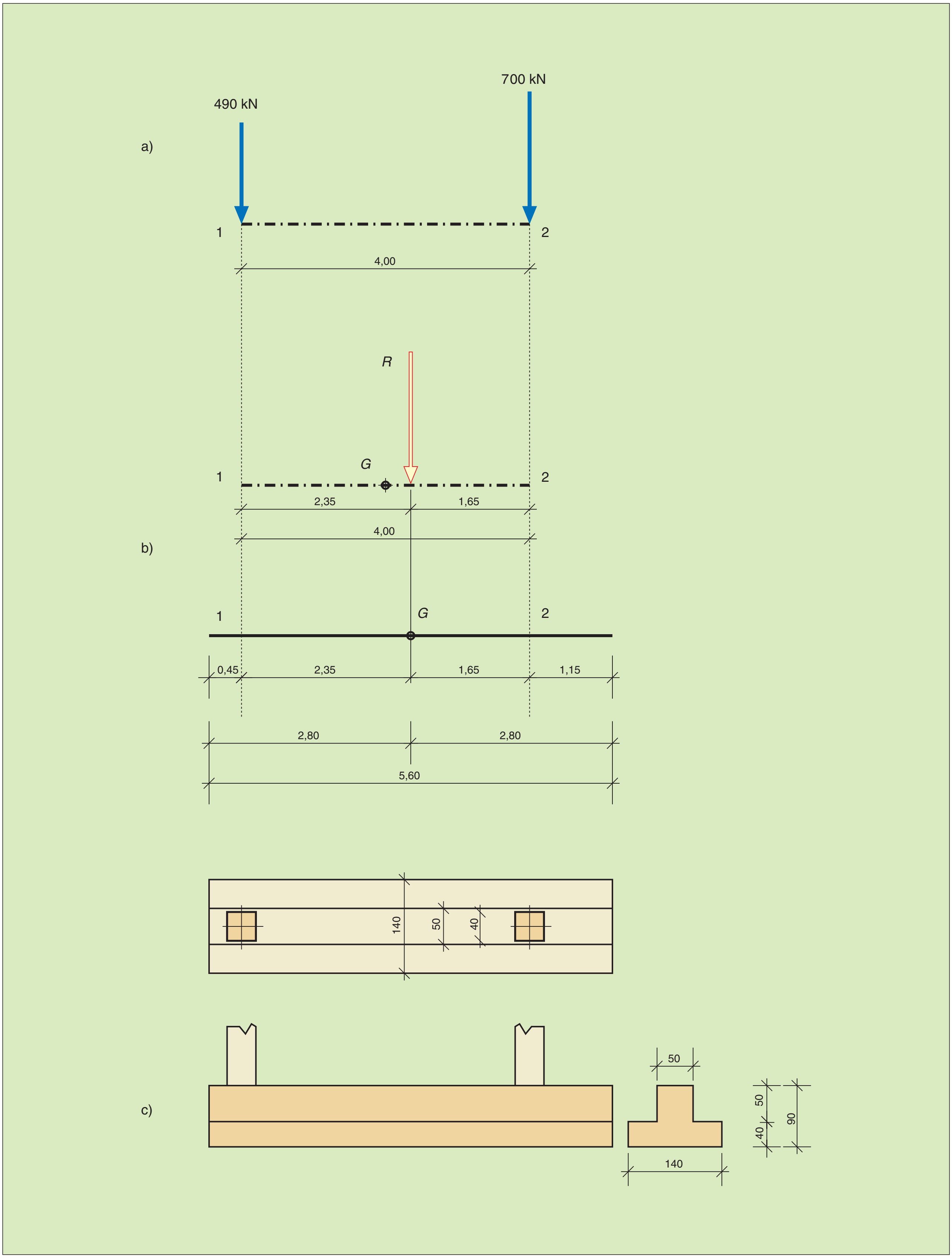

FIGURA 3 (*a*, *b*, *c*) Progetto di trave a una campata.

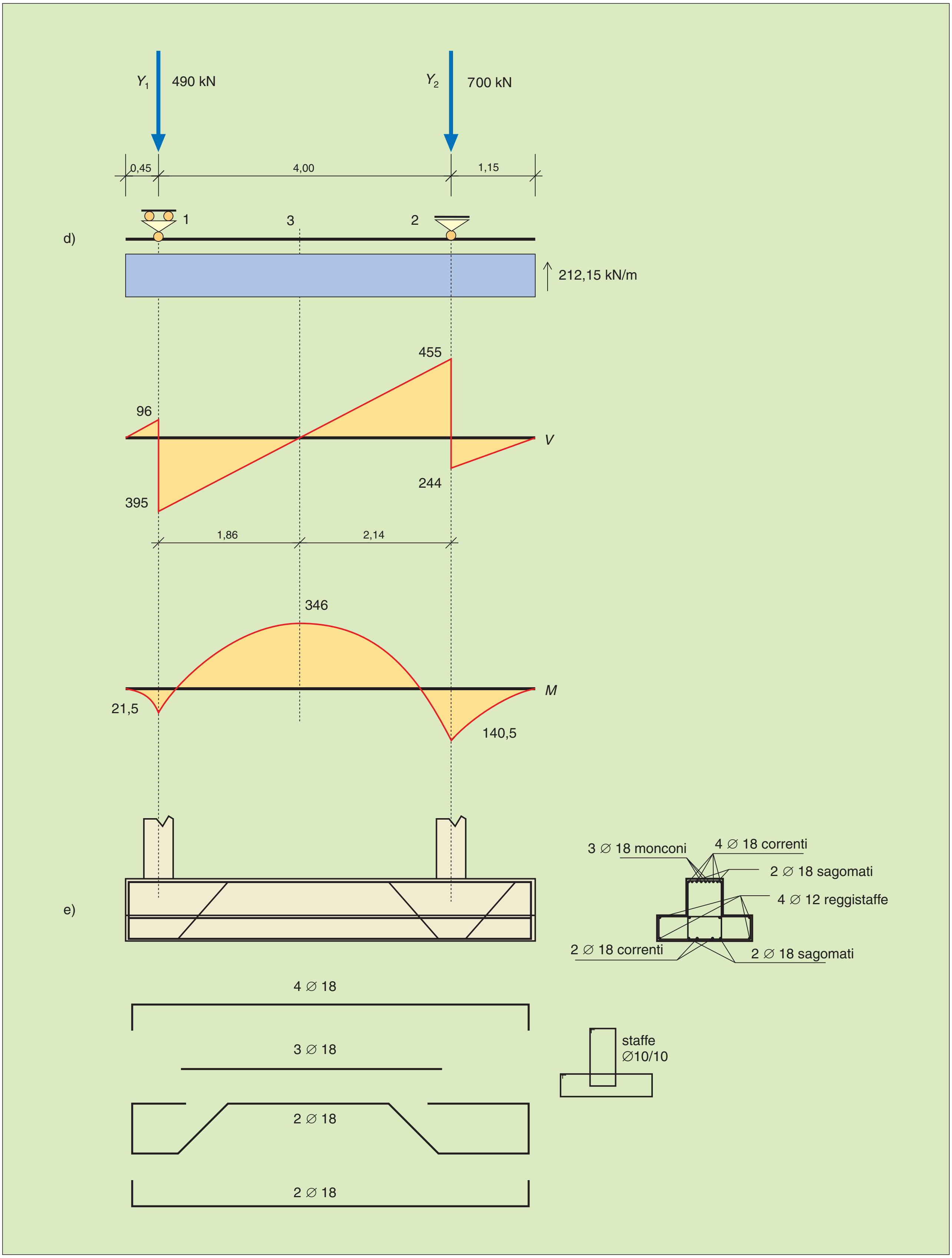

FIGURA 3 (*d*, *e*) Progetto di trave a una campata.

Si assegnano alla sezione della trave le dimensioni di ▶FIGURA 3*c*; l'altezza della soletta è stata calcolata come nei cordoli armati:

$$140 - \frac{50}{2}\,\mathrm{tg}\,40° = 37{,}7\ \mathrm{cm}$$

• Verifica geotecnica

Si ha:

$$p_p = (1{,}40 \cdot 0{,}40 + 0{,}50 \cdot 0{,}50) \cdot 25 = 20{,}25\ \mathrm{kN/m}$$

$$P_p = 20{,}25 \cdot 5{,}60 = 113{,}4\ \mathrm{kN}$$

$$R = 1190 + 113{,}4 = 1303{,}4\ \mathrm{kN}$$

$$\sigma_t = \frac{R}{B \cdot L} = \frac{1303{,}4 \cdot 10^3}{1400 \cdot 5600} = 0{,}166\ \mathrm{N/mm^2} < \bar{\sigma}_t$$

• Verifiche strutturali

Direzione trasversale *B*

Sottraendo al carico lineare del terreno il peso proprio delle sole ali si ha:

$$q = \sigma_t \cdot B - p_p = 166 \cdot 1{,}00 - 0{,}40 \cdot 1 \cdot 25 = 156\ \mathrm{kN/m}$$

e quindi:

$$M = \frac{ql^2}{2} = \frac{156 \cdot 0{,}45^2}{2} = 15{,}80\ \mathrm{kN \cdot m}$$

$$b = 1000\ \mathrm{mm} \qquad c = 45\ \mathrm{mm} \qquad h = 400\ \mathrm{mm} \qquad d = h - c = 355\ \mathrm{mm}$$

$$r = \frac{d}{\sqrt{M/b}} = \frac{355}{\sqrt{15{,}8 \cdot 10^6/1000}} = 2{,}82$$

$$\sigma_c < 3{,}0\ \mathrm{N/mm^2}$$

$$A_s = A'_s = \frac{M}{0{,}9 \cdot d \cdot \bar{\sigma}_a} = \frac{15\,850\,000}{0{,}9 \cdot 355 \cdot 215} = 230\ \mathrm{mm^2} = 2{,}31\ \mathrm{cm^2}\ \text{(armatura trasversale)}$$

Direzione longitudinale *L*

Si considera la trave vincolata in corrispondenza degli appoggi 1 e 2 (▶FIGURA 3*d*). Il carico sulla trave vale:

$$q = \sigma_t \cdot B - p_p = 166 \cdot 1{,}40 - 20{,}25 = 212{,}15\ \mathrm{kN/m}$$

Trattandosi di un elemento isostatico, le reazioni vincolari Y_1 e Y_2 si ricavano imponendo l'equilibrio del sistema delle forze esterne e sono in questo caso identiche ai carichi applicati P_1 e P_2. I diagrammi del taglio e del momento sono indicati in figura. Si decide di disporre armatura doppia ($\beta = A_s / A'_s = 0{,}4$) e si eseguono i calcoli a partire dalla sezione più sollecitata.

• *Sezione 3*. Supponendo che l'asse neutro tagli la soletta, si può eseguire il calcolo sulla sezione rettangolare di lati 140 cm × 90 cm. Sono dati:

$$M = -346\ \mathrm{kN \cdot m} \quad b = 1400\ \mathrm{mm} \quad h = 900\ \mathrm{mm} \quad c = 45\ \mathrm{mm} \quad d = h - c = 855\ \mathrm{mm}$$

Si ha:

$$r = \frac{d}{\sqrt{M/b}} = \frac{855}{\sqrt{346 \cdot 10^6/1400}} = 1{,}720$$

e quindi, dalla ▶TABELLA CA4:

$$k \cong 0{,}171 \rightarrow x = k\,d = 14{,}6\ \mathrm{cm}\ \text{(l'asse neutro taglia effettivamente la soletta)}$$

$$\sigma_c \cong 3{,}5\ \mathrm{N/mm^2} < \sigma_c$$

$$A_s = \frac{M}{0{,}9 \cdot d \cdot \sigma_c} = \frac{346 \cdot 10^6}{9 \cdot 855 \cdot 255} = 1764\ \mathrm{mm^2} = 17{,}64\ \mathrm{cm^2}$$

$$A_s' = 0{,}4 \cdot 17{,}64 = 7{,}05\ \mathrm{cm^2}$$

- *Sezione 2*. Poiché l'asse neutro taglia sicuramente la nervatura, si può eseguire il calcolo sulla sezione rettangolare di lati 50 cm × 90 cm. Sono dati:

$$M = +\ 140{,}5\ \mathrm{kN \cdot m} \qquad b = 500\ \mathrm{mm};\ d = 855\ \mathrm{mm}$$

Si ha:

$$r = \frac{d}{\sqrt{M/b}} = \frac{855}{\sqrt{140{,}5 \cdot 10^6 / 500}} = 1{,}613$$

e quindi, dalla ▶TABELLA **CA4**:

$$\sigma_c \cong 4\ \mathrm{N/mm^2} < \sigma_c$$

$$A_s = \frac{M}{0{,}9 \cdot d \cdot \sigma_c} = \frac{140{,}5 \cdot 10^6}{0{,}9 \cdot 855 \cdot 255} = 716\ \mathrm{mm^2} = 7{,}16\ \mathrm{cm^2}$$

$$A_s' = 0{,}4 \cdot 7{,}16 = 2{,}86\ \mathrm{cm^2}$$

- *Sezione 1*. Si estendono i risultati della sezione 2.

Una possibile configurazione dell'armatura, realizzata con barre $\phi 18$ e barre aggiuntive $\phi 12$ con funzione reggistaffe, è riportata nella ▶FIGURA **3***e*.

• Verifiche a taglio e calcolo delle staffe

- *Staffatura di regolamento*. Si devono disporre almeno 3 staffe al metro (i_{st} = =33 cm), poste a interasse non maggiore di 0,8 d (i_{st} = 68,4 cm) e con area complessiva, per ogni metro lineare di trave, pari a:

$$A_{st} \geq 0{,}10 \cdot b \left(1 + 0{,}15\,\frac{d}{b}\right) = 0{,}10 \cdot 50 \left(0{,}15 \cdot \frac{855}{50}\right) = 17{,}83\ \mathrm{cm^3/m}$$

Si utilizzerà quindi una staffatura non minore di staffe $\phi 10/10$ cm, che rispetta tutte le prescrizioni normative. Dati:

$$V = 455\ \mathrm{kN}\ b = 500\ \mathrm{mm}\ d = 855\ \mathrm{mm}$$

Si ha:

$$\tau_{max} = \frac{V}{b \cdot 0{,}9 \cdot d} = \frac{455\,000}{500 \cdot 0{,}9 \cdot 855} = 1{,}18\ \mathrm{N/mm^2}$$

Essendo $\tau_{c0} < \tau_{max} < \tau_{c1}$, è necessario calcolare l'armatura a taglio. Si ha:

$$V_0 = b \cdot 0{,}9d \cdot \tau_{c0} = 5000 \cdot 0{,}9 \cdot 855 \cdot 0{,}053 \cdot 10^{-3} \cong 204\ \mathrm{kN}$$

Il tratto

$$l_0 = l_1 \frac{V_0}{V_{max}} = 2{,}14\,\frac{204}{455} = 0{,}96\ \mathrm{m}$$

sarà coperto da staffe disposte secondo regolamento. Nel tratto rimanente l_c = = 2,14 − 0,96 = 1,18 m, cui corrisponde l'area del diagramma del taglio:

$$\Omega_c = (V_{max} + V_0) \cdot \frac{l}{2} = (455 + 204) \cdot \frac{1{,}18}{2} = 389\ \mathrm{kN \cdot m}$$

dovrà essere calcolata l'armatura a taglio. L'area Ω_p assorbita dai due ϕ18 piegati già disposti per flessione vale:

$$\Omega_p = n_p \cdot A_p \cdot \bar{\sigma}_s \cdot \sqrt{2} \cdot 0{,}9d = 2 \cdot 254 \cdot 255 \cdot \sqrt{2} \cdot 0{,}9 \cdot 855 \cdot 10^6 = 140{,}5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

L'area Ω_{st} competente alle staffe si assume uguale al maggiore dei due valori:

$$\Omega_{st} = \Omega_c - \Omega_p = 389 - 140{,}5 = 248{,}5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$
$$\Omega_{st} = 40\% \cdot \Omega_c = 99{,}4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

La staffatura da regolamento è sufficiente alla copertura di Ω_{st}. Si ha infatti:

$$n_{st} \cdot n_b \cdot A_{st} \cdot \bar{\sigma}_s \cdot 0{,}9d = \frac{118}{10} \cdot 2 \cdot 79 \cdot 255 \cdot 0{,}9 \cdot 855 \cdot 10^{-6} \cong 406 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Soddisfacendo anche la distanza da prevedere in corrispondenza degli appoggi ($< 12 \cdot 1{,}8 = 21{,}6$ cm) la stessa staffatura ϕ10/10 cm è estesa a tutta la trave. Staffe ϕ10/10 cm sono disposte anche nell'ala; in questo modo si assicura la resistenza flessionale nella direzione B.

2. *Dimensionare la trave di fondazione adatta a sopportare i carichi della* ▶FIGURA 4*a, provenienti da quattro pilastri di sezione 25 cm × 25 cm, assumendo come carico ammissibile $\bar{\sigma}_t = 0{,}11$ N/mm^2 e utilizzando CLS di classe C20/25.*

Si ha:

$$R = \Sigma P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 210 + 280 + 380 + 210 = 1080 \text{ kN}$$

La distanza di R dal punto 1 vale:

$$d_1 = \frac{\Sigma M(1)}{R} = \frac{280 \cdot 3{,}75 + 380 \cdot 6{,}80 + 210 \cdot 10{,}55}{1080} = 5{,}42 \text{ m}$$

L'eccentricità di R vale quindi:

$$e_R = \frac{10{,}55}{2} - 5{,}42 = 0{,}145 \text{ cm}$$

Supponendo di non potere realizzare sbalzi di lunghezza superiore a 0,50 m, sulla base della fondazione (▶FIGURA 4*b*) agiscono le sollecitazioni:

$$N = 1080 \cdot (1 + 0{,}15) = 1242 \text{ kN} \qquad M = 1080 \cdot 0{,}145 = 156{,}6 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

equivalenti alla sollecitazione di solo sforzo normale $N = 1242$ kN con eccentricità (in direzione L) pari a:

$$e = \frac{M}{N} = \frac{156{,}6}{1242} = 0{,}126 \text{ m} = 12{,}6 \text{ cm}$$

Invertendo la formula di verifica:

$$\sigma_t = \frac{N}{B \cdot L}\left(1 + \frac{6e}{L}\right)$$

si dimensiona la base:

$$B = \frac{N}{\bar{\sigma}_t \cdot L}\left(1 + \frac{6e}{L}\right) = \frac{1242 \cdot 10^3}{0{,}11 \cdot 11\,550}\left(1 + \frac{6 \cdot 126}{11\,550}\right)$$

La sezione assegnata alla trave è riportata nella ▶FIGURA 4*c*.

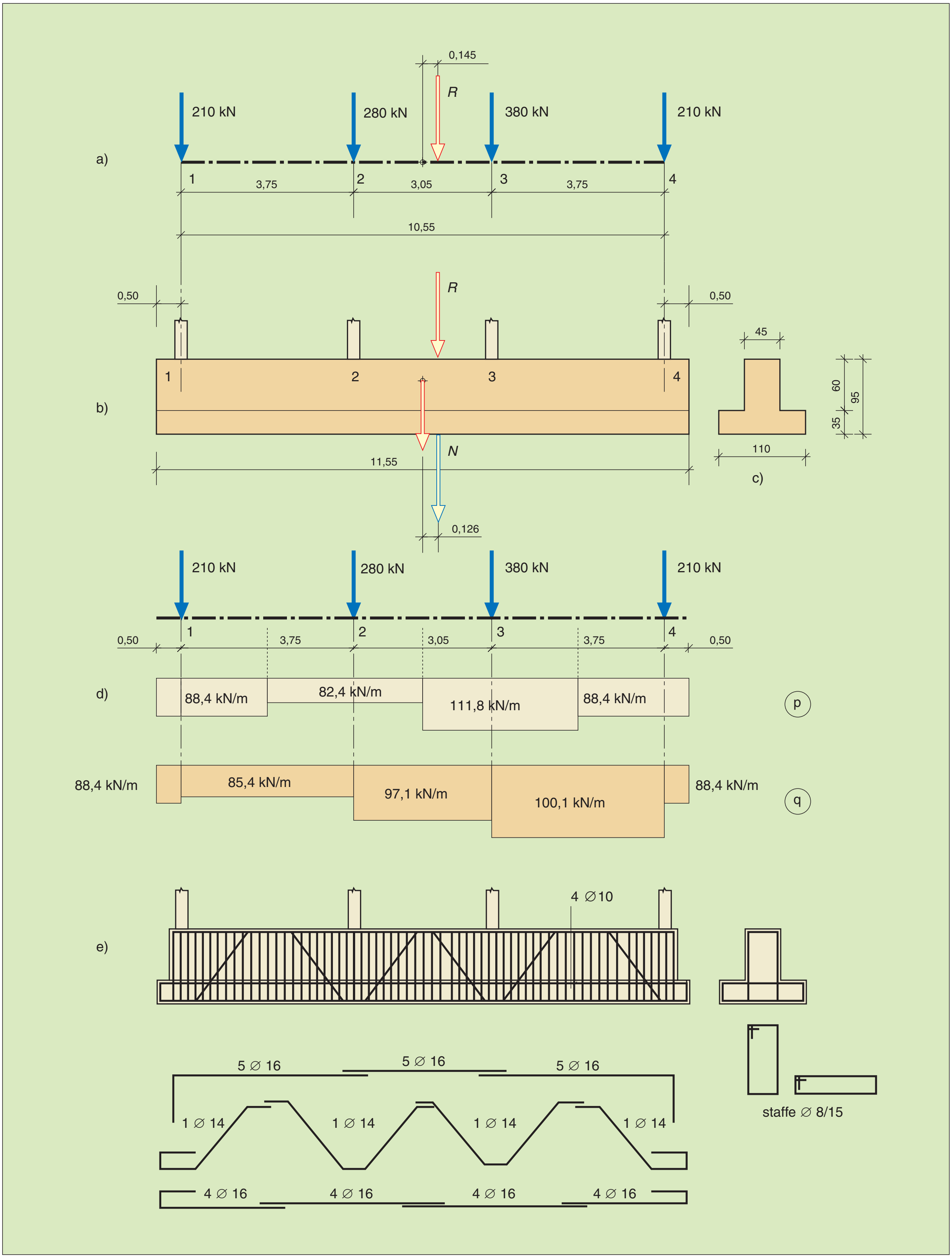

FIGURA 4 Progetto di massima di trave a più campate.

Per determinare le sollecitazioni si può pensare che il carico di ogni pilastro si distribuisca uniformemente sulle campate in funzione delle rispettive lunghezze di influenza (▶FIGURA 4*d*). Risulta quanto segue:

$$q_1 = \frac{210}{0{,}5} + \frac{3{,}75}{2} = 88{,}4 \text{ kN/m}$$

$$q_2 = \frac{280}{3{,}75/2 + 3{,}05/2} \cong 82{,}4 \text{ kN/m}$$

$$q_3 = 111{,}8 \text{ kN/m}$$

$$q_4 = \frac{210}{0{,}5} + \frac{3{,}75}{2} = 88{,}4 \text{ kN/m}$$

Si può poi assegnare alle singole campate la media dei carichi prima determinati, ottenendo:

- sulla campata 1-2:

$$p_1 = \frac{q_1 + q_2}{2} = 85{,}4 \text{ kN/m}$$

- sulla campata 2-3:

$$p_2 = \frac{q_2 + q_3}{2} = 97{,}1 \text{ kN/m}$$

- sulla campata 3-4:

$$p_3 = \frac{q_3 + q_4}{2} = 100{,}1 \text{ kN/m}$$

Ogni campata risulta così soggetta a carichi uniformi e il calcolo di *V* e di *M* della trave continua risulta semplificato; determinate le sollecitazioni, le verifiche delle sezioni e il progetto delle armature procede con i metodi consueti. Una possibile disposizione delle armature è schematizzata nella ▶FIGURA 4*e*.